โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ (Multilevel Latent Covariate Model)

โมเดลพหุระดับ (Multilevel Modeling)

สันทัด พรประเสริฐมานิต

โครงร่างการนำเสนอ

- ตัวแปรที่สร้างขึ้น (Structural Variable)
- โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ
- ส่วนต่อขยายจากการวิเคราะห์ด้วยโมเดลสมการเชิงโครงสร้างพหุระดับ (Multilevel Structural Equation Modeling)

ตัวแปรที่สร้างขึ้น (Structural Variable)

- ตัวแปรที่สร้างขึ้น (Structural Variable) คือตัวแปรที่สร้างจากระดับที่ต่ำกว่า ซึ่งในบทที่ผ่านมา เรามักเอาค่าเฉลี่ยของตัวแปรต้นระดับที่ 1 มาเป็นตัวแปรในระดับที่ 2
- ตัวแปรที่สร้างขึ้นสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ
  - ตัวแปรก่อสร้างขึ้น (Formative) หรือตัวแปรจากการรวบรวม (Compilation) คือ ตัวแปรมีความหมายในระดับที่ 1 แต่นำค่าสถิติกลุ่มมาทำเป็นตัวแปรระดับที่ 2
  - ตัวแปรสะท้อน (Reflective) หรือตัวแปรจากการรวบรวม (Composition) คือ ธรรมชาติของตัวแปรอยู่ระดับที่ 2 คะแนนที่เก็บข้อมูลในระดับที่ 1 เป็นเพียงตัวบ่งชี้(Indicators) ของคะแนนตัวแปรระดับที่ 2

ตัวแปรที่สร้างขึ้น (Structural Variable)

- ตัวแปรสะท้อนหรือตัวแปรจากการประกอบ สามารถแบ่งเพิ่มเป็น
  - ตัวแปรจากการประกอบบริสุทธิ์ (Pure Composition) ที่ความแตกต่างระดับที่ 1 เกิดจากความผิดพลาดจากการสุ่ม (Random Error) เท่านั้น
  - ตัวแปรจากการประกอบคลุมเครือ (Fuzzy Composition) ที่ความแตกต่างระดับที่ 1 มีส่วนผสมที่เกิดจากความแตกต่างระหว่างบุคคลในระดับที่ 1 จริง (Systematic Error) นอกเหนือจากความผิดพลาดในการสุ่ม
- ตัวแปรจากการประกอบเกือบทั้งหมดจะเป็นแบบคลุมเครือ เพราะการประเมินหน่วยระดับที่ 2 มักมีการรับรู้ของคนที่แตกต่างกันมาเจือปน เช่น การประเมินความเป็นผู้นำทีม ย่อมมีการรับรู้การเป็นผู้นำที่ดีของผู้ประเมินที่แตกต่างกัน

ตัวแปรที่สร้างขึ้น (Structural Variable)

- ตัวแปรก่อสร้างขึ้น (Formative) จะมองว่ากลุ่มมีเป็นประชากรจำกัด (Finite Population)
  - ห้องเรียนจะมีเด็ก 25 คน หากเก็บข้อมูลครบทุกคน ค่าสถิตินำมาสร้างตัวแปรระดับห้องเรียนย่อมไม่มีการผิดพลาดในการวัด เช่น ค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน
- ตัวแปรสะท้อน (Reflective) จะมองว่าข้อมูลระดับที่ 1 ที่เราสังเกตได้ เป็นแค่ตัวบ่งชี้ที่สุ่มออกมาจากประชากรที่เป็นไปได้จากจำนวนไม่จำกัด (Infinite Population)
  - เด็กประเมินคุณภาพการสอนของครู ข้อมูลจากเด็กในห้องเรียน 25 คน เป็นเพียงกลุ่มตัวอย่างหนึ่ง ที่ประเมินคุณภาพการสอนของครู ที่เป็นตัวแปรแฝง จับต้องไม่ได้ เราอาจสุ่มเด็กอีก 25 คนมาประเมินคุณภาพการสอนเพิ่มได้

โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ

- โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ (Multilevel Latent Covariate; MLC) เป็นโมเดลแบ่งทั้งตัวแปรต้นและตัวแปรตาม ออกมาเป็นค่าเบี่ยงเบนในแต่ละระดับ

$X_{ij} = \mu_{Xj} + R_{Xij}$	ระดับที่ 1	$Y_{ij} = \mu_{Yj} + R_{Yij}$
$\mu_{Xj} = \mu_X + U_{Xj}$	ระดับที่ 2	$\mu_{Yj} = \mu_Y + U_{Yj}$
$X_{ij} = \mu_X + U_{Xj} + R_{Xij}$	รวม	$Y_{ij} = \mu_Y + U_{Yj} + R_{Yij}$

- μ_X และ μ_Y คือ ค่าเฉลี่ยรวมในประชากรของ X และ Y
- μ_{Xj} และ μ_{Yj} คือ ค่าเฉลี่ยกลุ่มที่ j ในประชากรของ X และ Y

โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ

- โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ (Multilevel Latent Covariate; MLC) เป็นโมเดลแบ่งทั้งตัวแปรต้นและตัวแปรตาม ออกมาเป็นค่าเบี่ยงเบนในแต่ละระดับ

$$X_{ij} = \mu_X + U_{Xj} + R_{Xij} \qquad Y_{ij} = \mu_Y + U_{Yj} + R_{Yij}$$

- U_{Xj} และ U_{Yj} คือ ค่าเบี่ยงเบนของค่าเฉลี่ยกลุ่มที่ *j* จากค่าเฉลี่ยรวมของ *X* และ *Y*
- R_{Xij} และ R_{Yij} คือ ค่าเบี่ยงเบนของคนที่ *i* และกลุ่มที่ *j* จากค่าเฉลี่ยกลุ่มที่ *j* ของ *X* และ *Y*

โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ

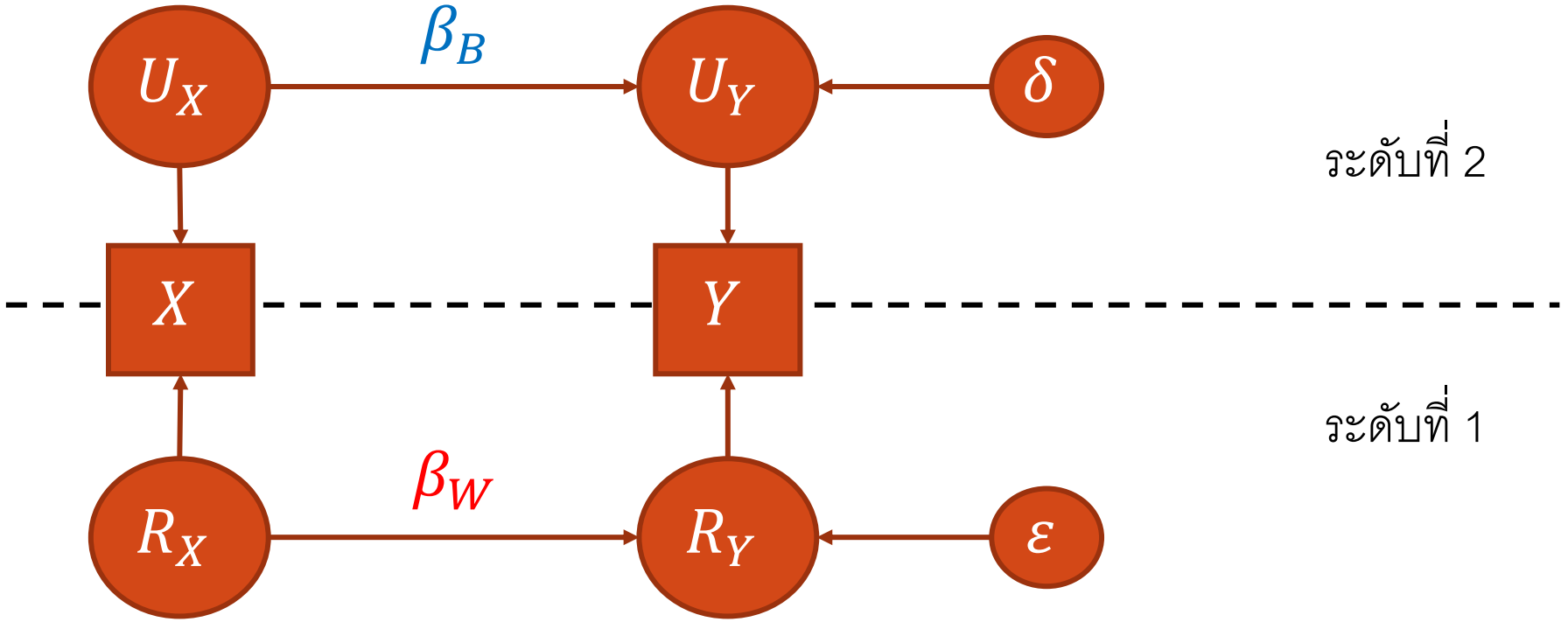
- ค่าเบี่ยงเบนของตัวแปรทั้งสองระดับ มีสามารถสร้างสมการถดถอยได้

$$R_{Yij} = \beta_W R_{Xij} + \varepsilon_{ij}$$
ระดับที่ 1

$$U_{Yj} = \beta_B U_{Xj} + \delta_j$$
ระดับที่ 2

- β_B คือ อิทธิพลของ X ไป Y ในระดับกลุ่ม (ระดับที่ 2)
- β_W คือ อิทธิพลของ X ไป Y ในระดับบุคคล (ระดับที่ 1)
- δ_j คือ ค่าคงเหลือของค่าเบี่ยงเบนกลุ่มของ Y ที่ X ไม่สามารถทำนายได้ของกลุ่มที่ j
- ε_{ij} คือ ค่าคงเหลือของค่าเบี่ยงเบนระดับบุคคลของ Y ที่ X ไม่สามารถทำนายได้ของคนที่ i ในกลุ่มที่ j

โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ



$$X_{ij} = \mu_X + U_{Xj} + R_{Xij}$$

$$Y_{ij} = \mu_Y + U_{Yj} + R_{Yij}$$

$$U_{Yj} = \beta_B U_{Xj} + \delta_j$$

$$R_{Yij} = \beta_W R_{Xij} + \varepsilon_{ij}$$

โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ

- โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ (Multilevel Latent Covariate; MLC) สามารถนำมาสร้างสมการรวมได้ดังนี้

$$Y_{ij} = \mu_Y + \beta_B U_{Xj} + \beta_W R_{Xij} + \delta_j + \varepsilon_{ij}$$

- โมเดลนี้คล้ายๆ กับโมเดลเชิงเส้นซ้อน (Hierarchical Linear Model) ที่ตัวแปรอิสระย้ายศูนย์กลางที่ค่าเฉลี่ยกลุ่ม

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}\bar{X}_{.j} + \gamma_{10}\left(X_{ij} - \bar{X}_{.j}\right) + u_{0j} + e_{ij}$$

- ขอเรียกโมเดลด้านล่างสั้นๆ ว่าโมเดลตัวแปรวัดได้พหุระดับ (Multilevel Manifest Covariate; MMC)

โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ

- หากตัวแปรอิสระเป็นตัวแปรสะท้อน (Reflective) ตัวแปรอิสระจึงเป็นคุณสมบัติของระดับที่ 2 ที่วัดผ่านระดับที่ 1 กล่าวคือมีสถานะเป็นตัวแปรแฝง ซึ่งใน MLC คือ μ_{Xj} หรือ $U_{Xj} = \mu_{Xj} - \mu_X$
  - MLC จะใช้ μ_{Xj} ทำนายตัวแปรตามการวิเคราะห์เลย โดยตระหนักว่า μ_{Xj} จะถูกวัดโดยมีความคลาดเคลื่อน (Error of measurement) อยู่
- แต่ทว่า MMC ใช้ $\bar{X}_{.j}$ เป็นตัวแปรทำนาย ซึ่งได้รับผลกระทบจากความผิดพลาดจากการสุ่ม (Sampling Error) ในการทำนาย μ_{Xj}
  - MMC จะหา $\bar{X}_{.j}$ ก่อน แล้วค่อยวิเคราะห์พหุระดับ ดังนั้น $\bar{X}_{.j}$ จึงถูกปฏิบัติราวกับว่าเป็นค่าที่ถูกต้อง ไม่มีความคลาดเคลื่อนเลย

โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ

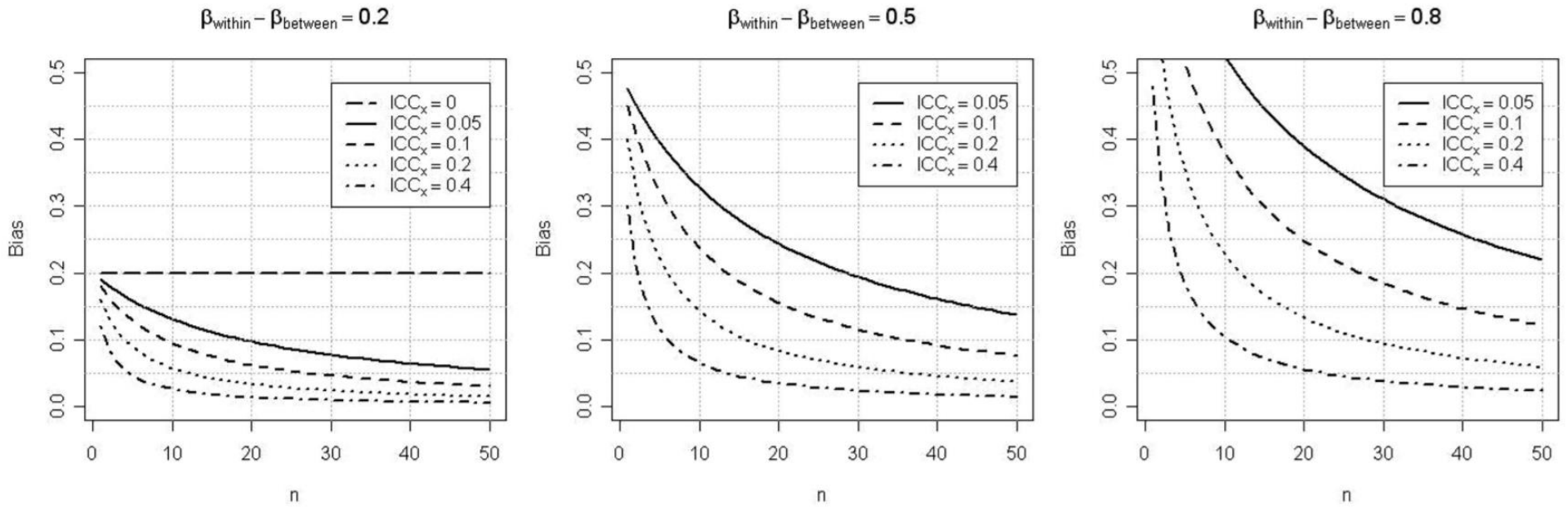
- Ludtke et al. (2008) พิสูจน์ว่า ถ้าตัวแปรอิสระเป็นแบบสะท้อน แล้วเราใช้ MMC ในการทำนายอิทธิพลจากตัวแปรอิสระไปตัวแปรตามแล้ว อคติ (Bias) ในการทำนายจะเป็นดังนี้

$$E(\hat{\gamma}_{10} - \beta_W) = 0$$

$$E(\hat{\gamma}_{01} - \beta_B) = (\beta_W - \beta_B) \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{1 - \rho_X}{\rho_X + (1 - \rho_X)/n}$$

- โดย ρ_X คือ ICC ของ X

ค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยภายในกลุ่ม (β_W) จะไม่มีอคติ แต่สัมประสิทธิ์ถดถอยระหว่างกลุ่มจะมีอคติ (β_B) ดังภาพ



อคติของ β_B สูงเมื่อ

- ความแตกต่างระหว่าง β_W และ β_B สูง (ถ้า $\beta_B > \beta_W$) อคติจะไปในทางลบ
- ρ_X มีค่าน้อย
- จำนวนกลุ่มตัวอย่างภายในกลุ่ม (n) มีค่าน้อย

โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ

- หากตัวแปรอิสระเป็นตัวแปรก่อสร้างขึ้น (Formative) ตัวแปรอิสระจะเป็นคุณสมบัติของระดับที่ 1 แล้วนำมาสร้างค่าสถิติของระดับที่ 2
- ความผิดพลาดจากการสุ่มจะไม่เกิดขึ้นเลย หากหน่วยตัวอย่างระดับที่ 1 ภายในหน่วยตัวอย่างระดับที่ 2 ถูกสุ่มออกมาทั้งหมด กล่าวคือ สัดส่วนการสุ่ม (Sampling Ratio) เท่ากับ 100%
- ดังนั้น ตามทฤษฎีแล้ว หากสัดส่วนการสุ่มเท่ากับ 100% MMC จะเป็นวิธีการที่เหมาะสม เพราะ $\bar{X}_{.j}$ จะไม่มีความผิดพลาดจากการสุ่มอยู่แล้ว

โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ

- Ludtke et al. (2008) ศึกษาสถานการณ์จำลอง (Simulation Study) เปรียบเทียบระหว่าง MLC และ MMC ในการประมาณค่า β_B ในตัวแปรแบบสะท้อนพบว่า
  - MLC ประมาณค่าพารามิเตอร์ในประชากรได้ดีกว่า MMC ในทุกสถานการณ์ MMC จะก่อให้เกิดอคติที่ค่าสัมประสิทธิ์ทำนายระดับกลุ่มที่ได้ น้อยกว่าความเป็นจริง
  - ในบางสถานการณ์เช่น ICC < .10, n < 10, $K \leq 100$ จะทำให้การทำนาย β_B ด้วย MLC มีการแกว่งไปแกว่งมาสูงจากกลุ่มตัวอย่างหนึ่งไปอีกกลุ่มตัวอย่างหนึ่ง
  - ดังนั้น ถ้าจะเก็บข้อมูลเพื่อทำนายตัวแปรแบบสะท้อน ควรใช้ MLC ในเงื่อนไขที่ $K \geq 200$ แต่หาก ρ_X สูง หรือ n สูง อาจลด K ได้ (เช่น เหลือ K = 100)

โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ

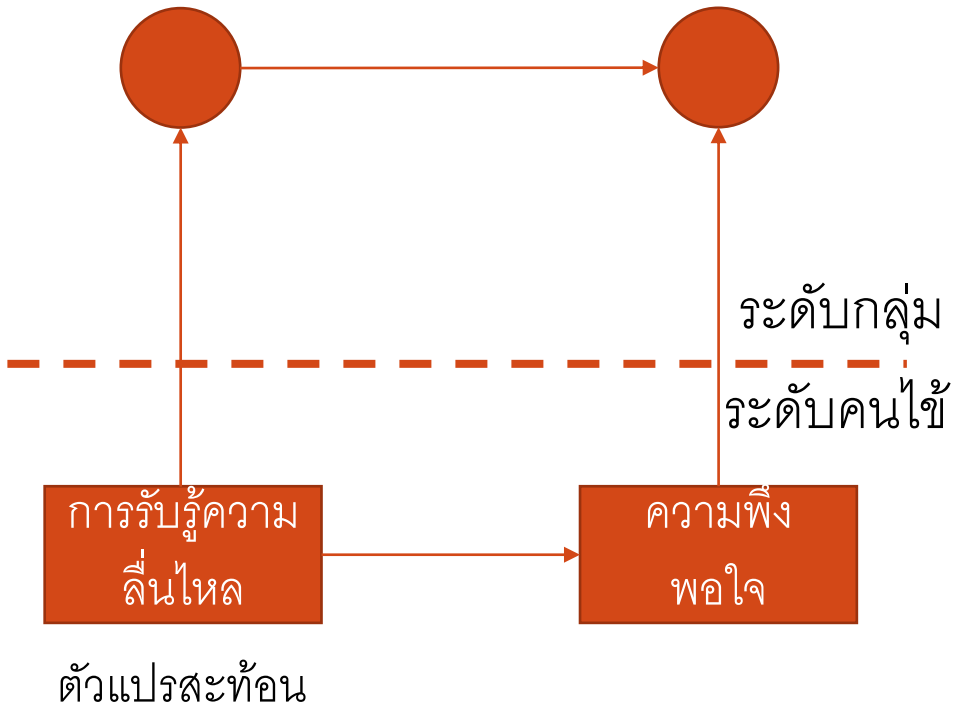
- นอกจากนี้ Ludtke et al. (2008) เปรียบเทียบระหว่าง MLC และ MMC ในการทำนายสัมประสิทธิ์ถดถอยระหว่างกลุ่ม ในตัวแปรแบบก่อสร้างขึ้น (Formative) พบว่า
  - หากสัดส่วนการสุ่ม (Sampling Ratio; SR) สูง ($\geq$ 90%) MMC จะทำนายอิทธิพลระหว่างกลุ่มดีกว่าในทุกสถานการณ์
  - MLC จะดีเฉพาะขนาดประชากรระดับที่ 1 ในหน่วยตัวอย่างระดับที่ 2 มีขนาดใหญ่ (เช่น แต่ละโรงเรียน ที่มีขนาดประชากร 500 คน) และ K $\geq$ 100 กล่าวคือ ในสถานการณ์นี้ แม้ SR ต่ำ แต่เพราะ ประชากรกลุ่มขนาดใหญ่ ทำให้ใกล้เคียงกับประชากรที่ไม่จำกัด (Infinite Population) ซึ่งทำให้ MLC วิเคราะห์ได้ค่อนข้างแม่นยำ
  - ถ้า SR ต่ำและขนาดประชากรในหน่วยตัวอย่างระดับที่ 2 ขนาดต่ำ (เช่น $\leq$ 25) ไม่มีวิธีการใดที่ทำได้ดีเลย ยกเว้นแค่กรณีที่ $\rho_X \geq .3$ ซึ่ง SR $\geq$ .8 ยังพอทำนายได้ดีระดับหนึ่ง

โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ

- จากผลการจำลองข้อมูล (Simulation Study) นี้ นักวิเคราะห์ควรออกแบบการเก็บข้อมูลให้เหมาะสมกับลักษณะของตัวแปรอิสระ เพื่อให้ทำนายได้แม่นยำตั้งแต่ต้น
- หากออกแบบการเก็บข้อมูลไม่เหมาะสมตั้งแต่ต้น ค่าสถิติที่ได้ ย่อมไม่ถูกต้อง แม้ว่าจะใช้วิธีการวิเคราะห์แบบใดก็ตาม

โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ

ศึกษาการให้คำปรึกษาแบบกลุ่ม 200 กลุ่ม แต่ละกลุ่มมีผู้รับคำปรึกษา 5 คน ต้องการทำนายความพึงพอใจในการรับคำปรึกษาด้วยการรับรู้ความลื่นไหลของกลุ่ม



โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ

- MLC เป็นโมเดลย่อยของการวิเคราะห์สมการเชิงโครงสร้างพหุระดับ (Multilevel Structural Equation Modeling; MSEM) ซึ่งสามารถวิเคราะห์ได้ด้วย `lavaan` package ใน R
- `lavaan` จะให้ผู้วิเคราะห์เขียนคำสั่งลักษณะของโมเดลก่อน แล้วค่อยเอาโมเดลตามคำสั่งไปวิเคราะห์ข้อมูลเป้าหมาย

โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ

```
library(lavaan)
dat <-read.table("lecture7ex3.csv", sep=",", header=TRUE)

model1 <- '
level: 1
sat ~ groupflow
level: 2
sat ~ groupflow
'
```

บรรทัดนี้ เพื่อบอกว่าคำสั่งต่อไปนี้
เป็นคำสั่งสำหรับระดับที่ 1 และ 2

ตัวแปรตาม ถูกอธิบายด้วยตัวแปรอิสระ
ในแต่ละระดับ

```
fit1 <- sem(model = model1, data = dat, cluster = "groupid")
```

คำสั่ง `sem` เป็นคำสั่งของ `lavaan` เพื่อวิเคราะห์ SEM

```
> summary(fit1)
lavaan 0.6-3 ended normally after 14 iterations

  Optimization method                           NLMINB
  Number of free parameters                          5

  Number of observations                          1000
  Number of clusters [groupid]                     200

  Estimator                                         ML
  Model Fit Test Statistic                       0.000
  Degrees of freedom                                 0
  Minimum Function Value               0.8492389656392

Parameter Estimates:

  Information                                 Observed
  Observed information based on                Hessian
  Standard Errors                             Standard
```

จำนวนหน่วยตัวอย่างระดับที่ 1 ทั้งหมด

จำนวนหน่วยตัวอย่างระดับที่ 2

ทดสอบโดยใช้ FIML

ค่าสถิติที่ใช้ทดสอบความเหมาะสมของโมเดลกับข้อมูล (Fit Statistics) ที่เรียกว่า χ^2

χ^2 = 0 และ *df* = 0 เนื่องจากโมเดลประมาณค่าพารามิเตอร์ทุกตัว ซึ่งโมเดลนี้จะเรียกว่าโมเดลระบุพอดี (Just Identified Model) หรือโมเดลอิ่มตัว (Saturated Model)

```
Level 1 [within]:

Regressions:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
  sat ~
    groupflow         0.288    0.040    7.203    0.000

Intercepts:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
   .sat               0.000

Variances:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
   .sat               0.817    0.041   20.000    0.000

Level 2 [groupid]:

Regressions:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
  sat ~
    groupflow         0.528    0.072    7.367    0.000

Intercepts:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
   .sat               0.095    0.036    2.626    0.009

Variances:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
   .sat               0.084    0.027    3.137    0.002
```

$$U_{Yj} = 0.528U_{Xj} + \delta_j$$

$$R_{Yij} = 0.288R_{Xij} + \varepsilon_{ij}$$

$$\mu_Y = 0.095$$

$$Var(\delta_j) = 0.084$$

$$Var(\varepsilon_{ij}) = 0.817$$

$$U_{Yj} = 0.528U_{Xj} + \delta_j \qquad \mu_Y = 0.095 \qquad Var(\delta_j) = 0.084$$

$$R_{Yij} = 0.288R_{Xij} + \varepsilon_{ij} \qquad Var(\varepsilon_{ij}) = 0.817$$

ความลื่นไหลของกลุ่มให้คำปรึกษาเพิ่มขึ้น 1 หน่วย จะส่งผลให้ความพึงพอใจในการรับคำปรึกษาเพิ่มขึ้น 0.528 หน่วย

การรับรู้ความลื่นไหลของผู้รับการปรึกษาภายในกลุ่มให้คำปรึกษาเพิ่มขึ้น 1 หน่วย จะส่งผลให้ความพึงพอใจในการรับคำปรึกษาที่บุคคลนั้นประเมินเพิ่มขึ้น 0.288 หน่วย

(อีกวิธีการตีความหมาย) เมื่อเทียบผู้รับการปรึกษาภายในกลุ่มเดียวกัน คนที่มองว่าความลื่นไหลของกลุ่มสูงกว่าอีกคน 1 หน่วย คนนั้นมีแนวโน้มพึงพอใจในการรักษามากกว่าอีกคนอยู่ที่ 0.288 หน่วย

โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ

- ส่วน MMC สามารถวิเคราะห์พหุระดับผ่าน `lme4` package ได้เลย หรือจะวิเคราะห์ผ่าน `lavaan` package ก็ได้ โดยย้ายศูนย์กลางไปที่ค่าเฉลี่ยกลุ่ม (Group mean centering) ก่อน

```
> dat$aveflow <- ave(dat$groupflow, dat$groupid)
> dat$diffflow <- dat$groupflow - dat$aveflow
```

```
> library(lme4)
> out2 <- lmer(sat ~ 1 + diffflow + aveflow + (1|groupid), data=dat, REML=FALSE)
> summary(out2)
Linear mixed model fit by maximum likelihood  ['lmerMod']
Formula: sat ~ 1 + diffflow + aveflow + (1 | groupid)
   Data: dat

     AIC      BIC   logLik deviance df.resid
  2732.9   2757.5  -1361.5   2722.9      995

Scaled residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-2.5325 -0.6194  0.0081  0.6332  3.5781

Random effects:
 Groups   Name        Variance Std.Dev.
 groupid  (Intercept) 0.08968  0.2995
 Residual             0.81670  0.9037
Number of obs: 1000, groups:  groupid, 200

Fixed effects:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)  0.08953    0.03580   2.501
diffflow     0.28837    0.04004   7.203
aveflow      0.46384    0.05144   9.018
```

$$Var(u_{0j}) = 0.090$$

$$Var(e_{ij}) = 0.817$$

$$\beta_{0j} = 0.089 + 0.464\bar{X}_{.j} + u_{0j}; \beta_{1j} = 0.288$$

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}(X_{ij} - \bar{X}_{.j}) + e_{ij}$$

```
> model2 <- '
+ level: 1
+ sat ~ diffflow
+ level: 2
+ sat ~ aveflow
+ '
> fit2 <- sem(model = model2, data = dat, cluster = "groupid")
> summary(fit2)
lavaan 0.6-3 ended normally after 12 iterations

  Optimization method                           NLMINB
  Number of free parameters                          5

  Number of observations                          1000
  Number of clusters [groupid]                     200

  Estimator                                         ML
  Model Fit Test Statistic                       0.000
  Degrees of freedom                                 0
  Minimum Function Value               0.6316133967101

Parameter Estimates:

  Information                                 Observed
  Observed information based on                Hessian
  Standard Errors                             Standard
```

ใช้ค่าเบี่ยงเบนและค่าเฉลี่ยกลุ่ม ของตัวแปรอิสระมาใส่ในโมเดล

```
Level 1 [within]:

Regressions:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
  sat ~
    diffflow          0.288    0.040    7.203    0.000

Intercepts:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
   .sat               0.000

Variances:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
   .sat               0.817    0.041   20.000    0.000

Level 2 [groupid]:

Regressions:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
  sat ~
    aveflow           0.464    0.051    9.018    0.000

Intercepts:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
   .sat               0.090    0.036    2.501    0.012

Variances:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
   .sat               0.090    0.027    3.373    0.001
```

$$\beta_{0j} = 0.090 + 0.464\bar{X}_{.j} + u_{0j}; \beta_{1j} = 0.288$$

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}\left(X_{ij} - \bar{X}_{.j}\right) + e_{ij}$$

$$Var\left(u_{0j}\right) = 0.090$$

$$Var\left(e_{ij}\right) = 0.817$$

โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ

พารามิเตอร์	MLC	MMC
ระดับที่ 1		
- สัมประสิทธิ์ถดถอย	0.288*	0.288*
- ความแปรปรวนของค่าคงเหลือ	0.817	0.817
ระดับที่ 2		
- ค่าเฉลี่ยของตัวแปรตาม	0.095	0.090
- สัมประสิทธิ์ถดถอย	0.528*	0.464*
- ความแปรปรวนของค่าคงเหลือ	0.084	0.090

ค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยระดับที่ 2 จาก MMC จะมีค่าน้อยกว่า MLC และความแปรปรวนค่าคงเหลือของ MMC มีค่ามากกว่า MLC ซึ่งในกรณีนี้ MLC จะเป็นวิธีที่เหมาะสมกว่า

โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ

- ใน `lavaan` สามารถหา R^2 ได้โดยใส่คำสั่งเพิ่มใน `summary` โดย

```
> summary(fit1, rsquare=TRUE)
Level 1 [within]:

Regressions:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
  sat ~
    groupflow         0.288    0.040    7.203    0.000

Intercepts:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
    .sat              0.000

Variances:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
    .sat              0.817    0.041   20.000    0.000

R-Square:
                   Estimate
    sat               0.061

Level 2 [groupid]:

Regressions:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
  sat ~
    groupflow         0.527    0.071    7.376    0.000

Intercepts:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
    .sat              0.095    0.036    2.625    0.009

Variances:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
    .sat              0.084    0.027    3.138    0.002

R-Square:
                   Estimate
    sat               0.538
```

$Var(\varepsilon_{ij}) = 0.817$

$R_W^{2(f_1)} = .061$

$Var(\delta_j) = 0.084$

$R_B^{2(f_2)} = .538$

จากข้อมูลนี้นำมาคำนวณความแปรปรวนส่วนอื่นได้

เนื่องจากไม่มีความชันสุ่ม ดังนั้น $v = 0$ สามารถหา f_1 และ f_2 ได้ดังนี้

$$R_W^{2(f_1)} = \frac{f_1}{f_1 + v + e} \qquad R_B^{2(f_2)} = \frac{f_2}{f_2 + m}$$

$$0.061 = \frac{f_1}{f_1 + 0 + 0.817} \qquad 0.538 = \frac{f_2}{f_2 + 0.084}$$

$$f_1 = 0.053 \qquad f_2 = 0.098$$

f_1	f_2	m	v	e
0.053	0.098	0.084	0	0.817

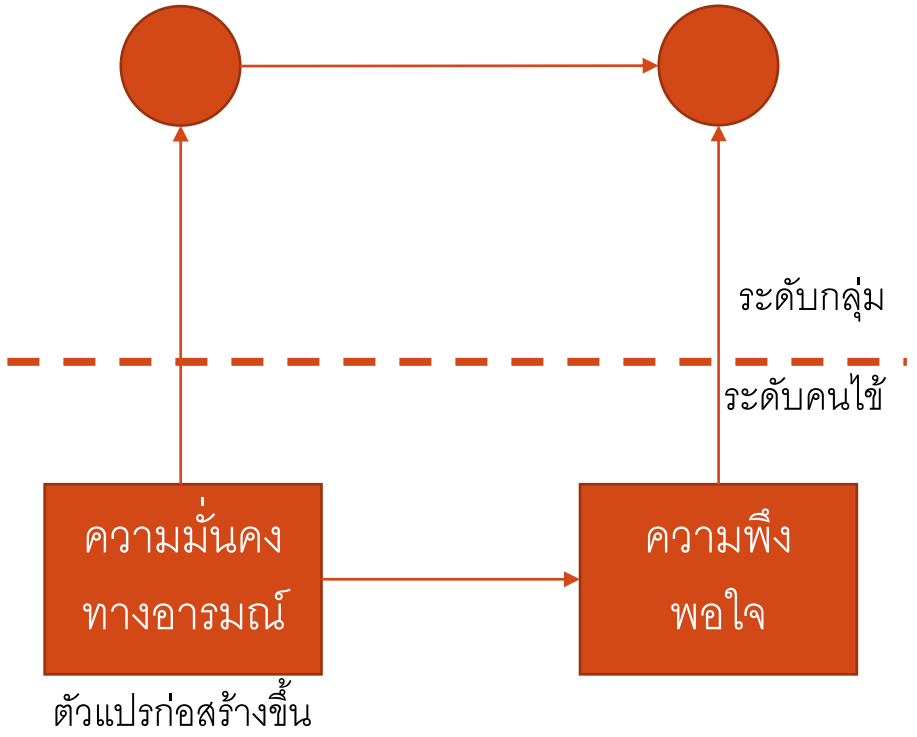
$$R_t^{2(f)} = \frac{f_1 + f_2}{f_1 + f_2 + m + v + e} = \frac{0.053 + 0.098}{0.053 + 0.098 + 0.084 + 0 + 0.817} = .144$$

$$R_t^{2(fmv)} = \frac{f_1 + f_2 + m + v}{f_1 + f_2 + m + v + e} = \frac{0.053 + 0.098 + 0.084 + 0}{0.053 + 0.098 + 0.084 + 0 + 0.817} = .223$$

โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ

ศึกษาการให้คำปรึกษาแบบกลุ่ม 200 กลุ่ม แต่ละกลุ่มมีผู้รับคำปรึกษา 5 คน ต้องการทำนายความพึงพอใจในการรับคำปรึกษาด้วยความมั่นคงทางอารมณ์ของผู้รับคำปรึกษา

สถานการณ์นี้เหมาะสมที่จะใช้ MMC ในการสร้างค่าเฉลี่ยกลุ่มทำนายตัวแปรตาม เพราะเก็บข้อมูลผู้รับคำปรึกษาทุกคนในกลุ่ม



โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ

- คำนวณอิทธิพลด้วย MLC

```
model3 <- '
level: 1
sat ~ emostability
level: 2
sat ~ emostability
'
fit3 <- sem(model = model3, data = dat, cluster = "groupid")
summary(fit3)
```

- คำนวณอิทธิพลด้วย MMC

```
dat$aveemo <- ave(dat$emostability, dat$groupid)
dat$diffemo <- dat$emostability - dat$aveemo
out4 <- lmer(sat ~ 1 + diffemo + aveemo + (1|groupid), data=dat, REML=FALSE)
summary(out4)
```

โมเดลตัวแปรแฝงพหุระดับ

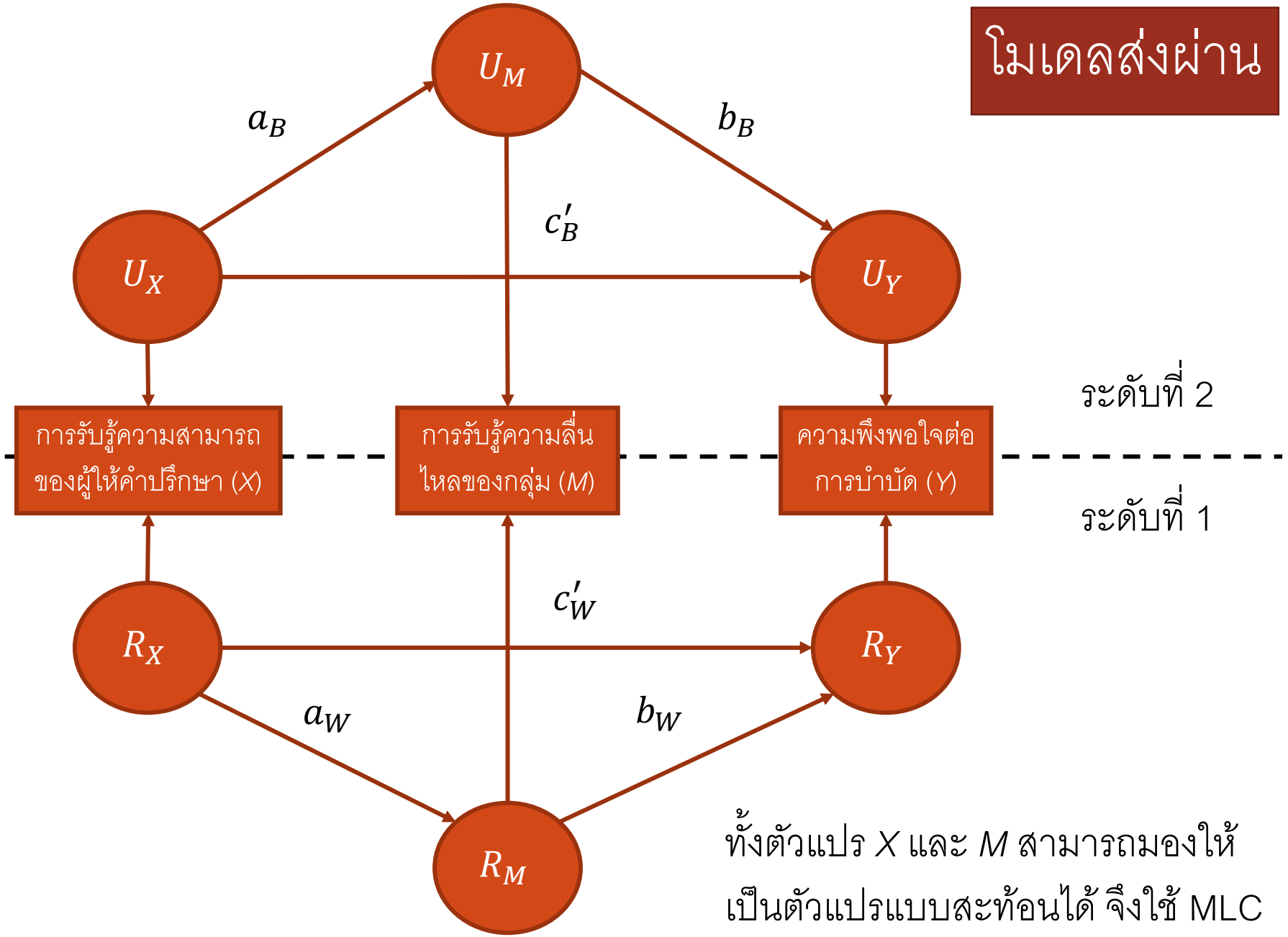
พารามิเตอร์	MLC	MMC
ระดับที่ 1		
- สัมประสิทธิ์ถดถอย	0.238*	0.238*
- ความแปรปรวนของค่าคงเหลือ	0.813	0.813
ระดับที่ 2		
- ค่าเฉลี่ยของตัวแปรตาม	0.048	0.056
- สัมประสิทธิ์ถดถอย	-0.259^{ns}	0.182*
- ความแปรปรวนของค่าคงเหลือ	0.180	0.186

ค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยจาก MMC อยู่คนละทิศทางกับ MLC ในงานนี้การวิเคราะห์จาก MMC น่าเชื่อถือกว่า เพราะสมาชิกกลุ่มถูกเก็บข้อมูลทุกคน สัดส่วนการสุ่ม = 100%

ส่วนต่อขยายจาก MSEM

- MLC เป็นโมเดลพื้นฐานของ MSEM ซึ่งทำให้ MLC สามารถทำไปพัฒนาเป็นโมเดลที่ซับซ้อนขึ้นได้ ซึ่งในที่นี้ จะแสดงตัวอย่าง 2 โมเดล คือ
  - โมเดลส่งผ่าน (Mediation Model)
  - การหาเมทริกซ์สหสัมพันธ์ (Correlation Matrix) ของแต่ละระดับ

โมเดลส่งผ่าน



ทั้งตัวแปร X และ M สามารถมองให้เป็นตัวแปรแบบสะท้อนได้ จึงใช้ MLC

ส่วนต่อขยายจาก MSEM

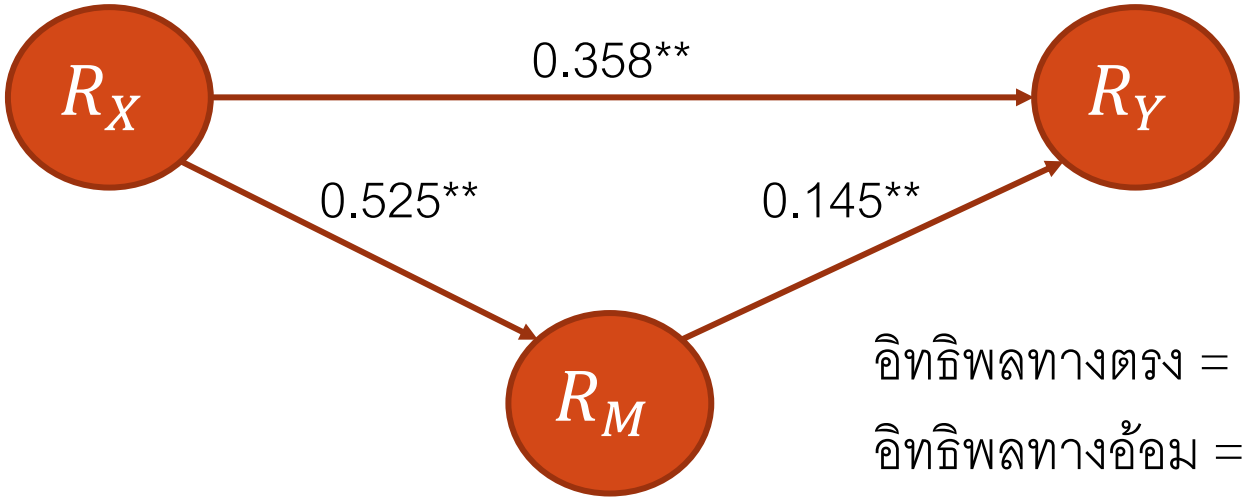
```
model5 <- '
level: 1
groupflow ~ aw*perceivedability
sat ~ bw*groupflow + perceivedability
level: 2
groupflow ~ ab*perceivedability + experience
sat ~ bb*groupflow + perceivedability + experience
abw := aw*bw
abb := ab*bb
'
fit5 <- sem(model = model5, data = dat, cluster = "groupid")
summary(fit5)
```

โมเดลส่งผ่านในระดับที่ 1

โมเดลส่งผ่านในระดับที่ 2 ควบคุมด้วยประสบการณ์ของผู้ให้คำปรึกษา ซึ่งเป็นตัวแปรระดับกลุ่ม

คำนวณอิทธิพลทางอ้อม

```
Level 1 [within]:

Regressions:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
  groupflow ~
    prcvdblty (aw)    0.525    0.036   14.591    0.000
  sat ~
    groupflow (bw)    0.145    0.044    3.323    0.001
    prcvdblty         0.358    0.050    7.153    0.000

Intercepts:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
   .groupflow         0.000
   .sat               0.000

Variances:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
   .groupflow         0.503    0.025   20.000    0.000
   .sat               0.768    0.038   20.000    0.000
```



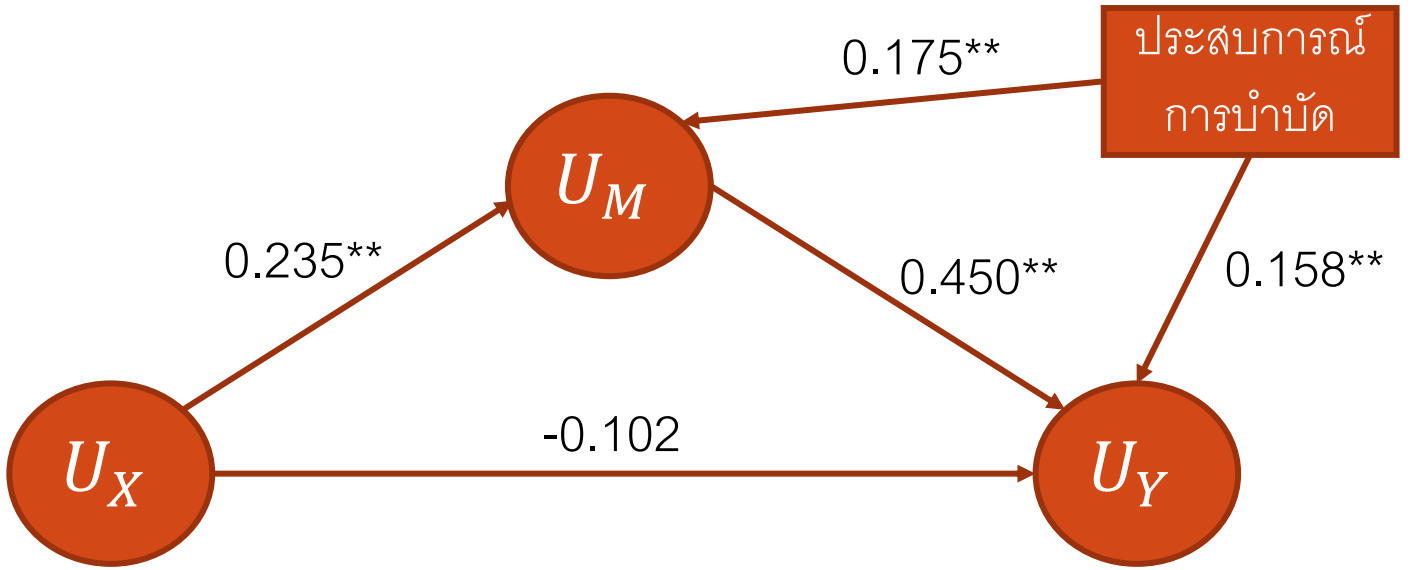
อิทธิพลทางตรง = .358

อิทธิพลทางอ้อม = .525 x .145 = .076

```
Level 2 [groupid]:

Regressions:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
  groupflow ~
    prcvdblty (ab)    0.235    0.089    2.641    0.008
    experienc         0.175    0.054    3.253    0.001
  sat ~
    groupflow (bb)    0.450    0.084    5.327    0.000
    prcvdblty        -0.102    0.074   -1.377    0.168
    experienc         0.158    0.047    3.366    0.001

Intercepts:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
   .groupflow        -0.053    0.043   -1.227    0.220
   .sat               0.089    0.035    2.527    0.012

Variances:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
   .groupflow         0.255    0.037    6.930    0.000
   .sat               0.068    0.025    2.675    0.007
```

อิทธิพลทางตรง = -.102

อิทธิพลทางอ้อม = .235 x .450 = .106

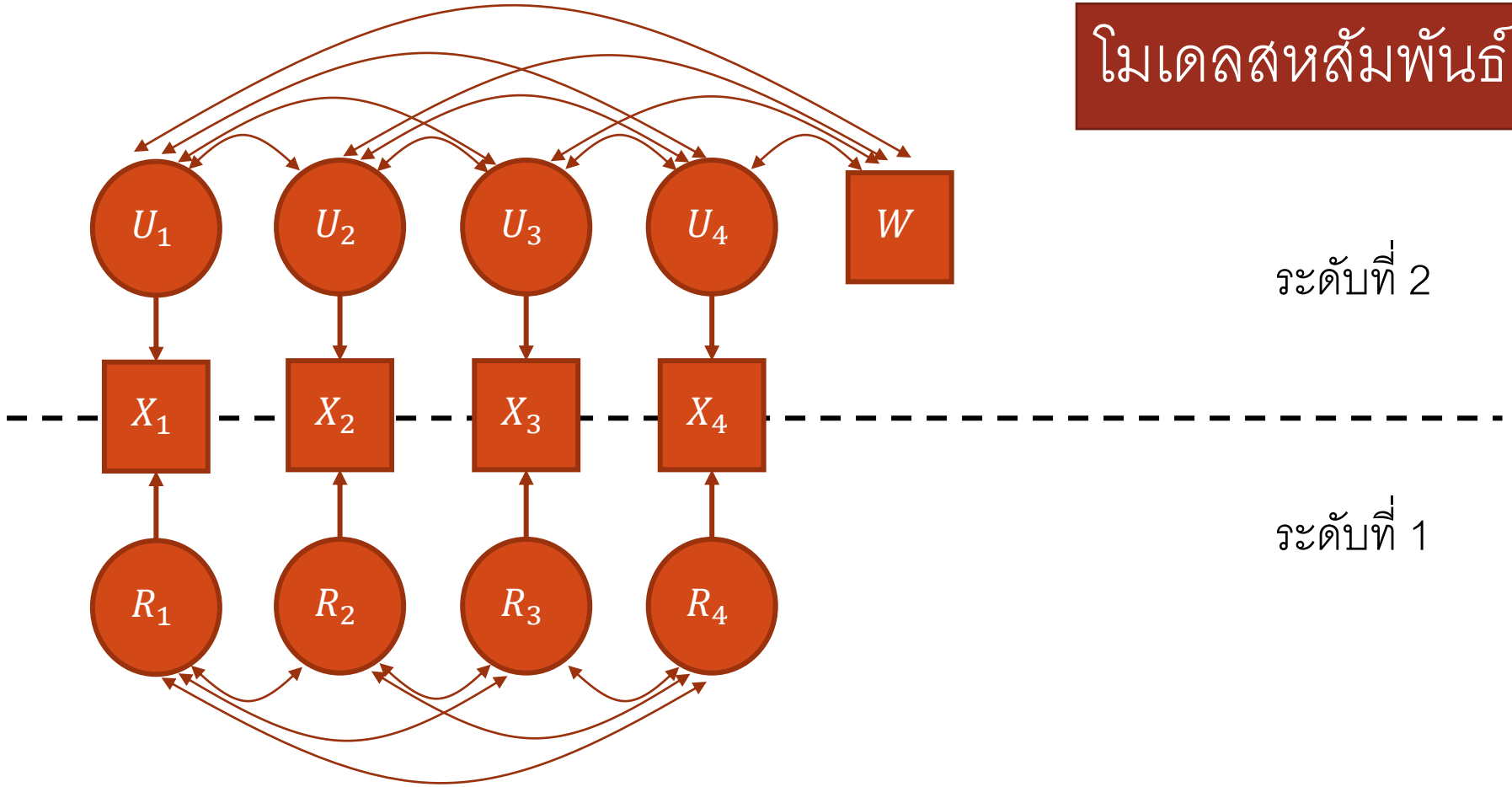


```
Defined Parameters:
                Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
    abw            0.076    0.024    3.240    0.001
    abb            0.106    0.046    2.286    0.022
```

อิทธิพล	ภายในกลุ่ม	ระหว่างกลุ่ม
อิทธิพลทางตรง	0.358**	-0.102
อิทธิพลทางอ้อม	0.076**	0.106*
รวม	0.434	0.004

- ความสามารถของผู้บำบัดมีอิทธิพลทางอ้อมในทางบวกต่อความพึงพอใจการบำบัดของคนทั้งกลุ่ม ผ่านการรับรู้ความลื่นไหลของคนทั้งกลุ่ม (0.106) ซึ่งถึงระดับนัยสำคัญ แต่เนื่องจากอิทธิพลทางตรงเป็นในทางลบ (-0.102) ทำให้อิทธิพลรวมของความพึงพอใจการบำบัดต่อความพึงพอใจการบำบัดแทบไม่แตกต่างจาก 0
- ภายในกลุ่มเดียวกัน ผู้รับคำปรึกษาที่รับรู้ความสามารถของผู้บำบัดสูง จะมีผลทางบวกให้พึงพอใจในการบำบัดของผู้รับคำปรึกษามากกว่าคนอื่นในกลุ่ม (0.434) โดยอิทธิพลบางส่วน สามารถอธิบายได้เพราะผู้รับคำปรึกษาคนนั้นรับรู้ความลื่นไหลของกลุ่มมากกว่าคนอื่นในกลุ่ม (0.076) และยังมีเหตุผลอื่นที่การรับรู้ความลื่นไหลที่มากกว่าคนอื่น ไม่สามารถอธิบายได้ (0.358)

โมเดลสหสัมพันธ์



ในที่นี้ จะให้ตัวแปรทั้งหมดเป็นแบบ MLC โดยมีตัวแปรระดับผู้รับคำปรึกษา 4 ตัวแปร คือ ความมั่นคงทางอารมณ์ของผู้รับคำปรึกษา (X_1), การรับรู้ความสามารถของผู้บำบัด (X_2), การรับรู้ความลื่นไหลของกลุ่ม (X_3), และความพึงพอใจของการบำบัด (X_4) และ มีตัวแปรระดับกลุ่ม 1 ตัวแปร คือ ประสบการณ์ของผู้บำบัด (W)

ส่วนต่อขยายจาก MSEM

เครื่องหมาย ~~ แสดงว่าให้โมเดลประมาณค่าความแปรปรวนร่วม (Covariance)

```
model6 <- '
level: 1
sat ~~ emostability + groupflow + perceivedability
emostability ~~ groupflow + perceivedability
groupflow ~~ perceivedability
level: 2
sat ~~ emostability + groupflow + perceivedability + experience
emostability ~~ groupflow + perceivedability + experience
groupflow ~~ perceivedability + experience
perceivedability ~~ experience
'
fit6 <- sem(model = model6, data = dat, cluster = "groupid")
summary(fit6, standardize=TRUE)
```

หา Standardized Parameter Estimates ซึ่ง Standardized Covariance ก็คือค่าสหสัมพันธ์

Level 1 [within]:

Covariances:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(>|z|)	Std.lv	Std.all
sat ~~						
emostability	0.237	0.034	6.976	0.000	0.237	0.255
groupflow	0.184	0.027	6.777	0.000	0.184	0.247
perceivedablty	0.211	0.024	8.725	0.000	0.211	0.324
emostability ~~						
groupflow	0.212	0.029	7.282	0.000	0.212	0.266
perceivedablty	0.073	0.025	2.948	0.003	0.073	0.105
groupflow ~~						
perceivedablty	0.255	0.022	11.788	0.000	0.255	0.458

Intercepts:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(>|z|)	Std.lv	Std.all
sat	0.000				0.000	0.000
emostability	0.000				0.000	0.000
groupflow	0.000				0.000	0.000
perceivedablty	0.000				0.000	0.000

Variances:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(>|z|)	Std.lv	Std.all
sat	0.870	0.043	20.000	0.000	0.870	1.000
emostability	0.997	0.050	20.000	0.000	0.997	1.000
groupflow	0.637	0.032	20.000	0.000	0.637	1.000
perceivedablty	0.486	0.024	20.000	0.000	0.486	1.000

นำไปใส่รากที่ 2 เพื่อหา *SD*

Level 2 [groupid]:

Covariances:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(>|z|)	Std.lv	Std.all
sat ~~						
emostability	-0.007	0.021	-0.318	0.750	-0.007	-0.102
groupflow	0.185	0.034	5.514	0.000	0.185	0.732
perceivedablty	0.105	0.034	3.090	0.002	0.105	0.356
experience	0.263	0.048	5.461	0.000	0.263	0.586
emostability ~~						
groupflow	0.008	0.024	0.328	0.743	0.008	0.086
perceivedablty	-0.017	0.026	-0.642	0.521	-0.017	-0.154
experience	-0.012	0.035	-0.344	0.731	-0.012	-0.074
groupflow ~~						
perceivedablty	0.189	0.041	4.609	0.000	0.189	0.462
experience	0.296	0.056	5.337	0.000	0.296	0.476
perceivedability ~~						
experience	0.438	0.064	6.813	0.000	0.438	0.603

Intercepts:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(>|z|)	Std.lv	Std.all
sat	0.053	0.042	1.246	0.213	0.053	0.123
emostability	-0.019	0.033	-0.562	0.574	-0.019	-0.121
groupflow	-0.080	0.049	-1.630	0.103	-0.080	-0.135
perceivedablty	-0.077	0.054	-1.437	0.151	-0.077	-0.111
experience	-0.052	0.074	-0.693	0.488	-0.052	-0.049

Variances:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(>|z|)	Std.lv	Std.all
sat	0.182	0.037	4.967	0.000	0.182	1.000
emostability	0.024	0.024	0.990	0.322	0.024	1.000
groupflow	0.351	0.048	7.272	0.000	0.351	1.000
perceivedablty	0.478	0.058	8.282	0.000	0.478	1.000
experience	1.105	0.111	10.000	0.000	1.105	1.000

นำไปใส่รากที่ 2 เพื่อหา *SD*

	X_1	X_2	X_3	X_4	W
ความมั่นคงทางอารมณ์ (X_1)		-.154	.086	-.102	-.074
การรับรู้ความสามารถ (X_2)	.105**		.462**	.356**	.603**
การรับรู้ความลื่นไหล (X_3)	.266**	.458**		.732**	.476**
ความพึงพอใจของการบำบัด (X_4)	.255**	.324**	.247**		.586**
ประสบการณ์ผู้บำบัด (W)	n/a	n/a	n/a	n/a	
M	-0.019	-0.077	-0.080	0.053	-0.052
SD (ระดับผู้รับการบำบัด)	0.998	0.697	0.798	0.932	n/a
SD (ระดับกลุ่ม)	0.155	0.691	0.592	0.427	1.051
ICC	.024	.504	0.355	.173	n/a

n/a เนื่องจากประสบการณ์เป็นตัวแปรระดับที่ 2

ICC หาผ่านสูตรความแปรปรวนระดับที่ 2 หาร ด้วยผลรวมความแปรปรวนของระดับที่ 1 และ 2

ดูผลทดสอบว่าสหสัมพันธ์แตกต่างจาก 0 อย่างมีนัยสำคัญหรือไม่

```
> standardizedsolution(fit6)
                lhs op              rhs est.std    se      z pvalue ci.lower ci.upper
1               sat ~~     emostability   0.255 0.033  7.697  0.000    0.190    0.319
2               sat ~~        groupflow   0.247 0.033  7.433  0.000    0.182    0.312
3               sat ~~ perceivedability   0.324 0.032 10.251  0.000    0.262    0.386
4      emostability ~~        groupflow   0.266 0.033  8.111  0.000    0.202    0.331
5      emostability ~~ perceivedability   0.105 0.035  2.998  0.003    0.036    0.173
6         groupflow ~~ perceivedability   0.458 0.028 16.419  0.000    0.404    0.513
7               sat ~~               sat   1.000 0.000     NA     NA    1.000    1.000
8      emostability ~~     emostability   1.000 0.000     NA     NA    1.000    1.000
9         groupflow ~~        groupflow   1.000 0.000     NA     NA    1.000    1.000
10 perceivedability ~~ perceivedability   1.000 0.000     NA     NA    1.000    1.000
11              sat ~1                    0.000 0.000     NA     NA    0.000    0.000
12     emostability ~1                    0.000 0.000     NA     NA    0.000    0.000
13        groupflow ~1                    0.000 0.000     NA     NA    0.000    0.000
14 perceivedability ~1                    0.000 0.000     NA     NA    0.000    0.000
15              sat ~~     emostability  -0.102 0.338 -0.302  0.763   -0.764    0.560
16              sat ~~        groupflow   0.732 0.078  9.451  0.000    0.581    0.884
17              sat ~~ perceivedability   0.356 0.097  3.668  0.000    0.166    0.546
18              sat ~~       experience   0.586 0.079  7.389  0.000    0.430    0.741
19     emostability ~~        groupflow   0.086 0.254  0.338  0.735   -0.412    0.584
20     emostability ~~ perceivedability  -0.154 0.253 -0.610  0.542   -0.650    0.341
21     emostability ~~       experience  -0.074 0.217 -0.341  0.733   -0.499    0.351
22        groupflow ~~ perceivedability   0.462 0.072  6.427  0.000    0.321    0.602
23        groupflow ~~       experience   0.476 0.067  7.100  0.000    0.344    0.607
24 perceivedability ~~       experience   0.603 0.052 11.564  0.000    0.501    0.705
25              sat ~~               sat   1.000 0.000     NA     NA    1.000    1.000
26     emostability ~~     emostability   1.000 0.000     NA     NA    1.000    1.000
27        groupflow ~~        groupflow   1.000 0.000     NA     NA    1.000    1.000
28 perceivedability ~~ perceivedability   1.000 0.000     NA     NA    1.000    1.000
29       experience ~~       experience   1.000 0.000     NA     NA    1.000    1.000
30              sat ~1                    0.123 0.100  1.236  0.216   -0.072    0.319
31     emostability ~1                   -0.121 0.223 -0.540  0.589   -0.558    0.317
32        groupflow ~1                   -0.135 0.083 -1.620  0.105   -0.297    0.028
33 perceivedability ~1                   -0.111 0.078 -1.431  0.152   -0.264    0.041
34       experience ~1                   -0.049 0.071 -0.692  0.489   -0.188    0.090
```

ส่วนต่อขยายจาก MSEM

- อย่างไรก็ตาม MLC สามารถสร้างโมเดลสำหรับตัวแปรต่อเนื่อง ที่มีการกระจายเป็นโค้งปกติเท่านั้น ยังไม่ได้ทดสอบความคงทนของการละเมิดสมมติฐาน รวมถึงยังไม่ได้มีโมเดลสำหรับรูปแบบอื่น เช่น ตัวแปรทวินาม
- `lavaan` ในเวลาที่เขียนนี้ ยังไม่สามารถวิเคราะห์ความชันสุ่มได้ หากต้องการวิเคราะห์ สามารถใช้โปรแกรม Mplus แทน
- เท่าที่มีความรู้ในปัจจุบัน ยังไม่มีงานที่พูดถึงการวิเคราะห์ที่มีตัวแปรทั้งแบบ MLC และ MMC ซึ่งเป็นหัวข้อวิจัยที่น่าสนใจในอนาคต

คาบต่อไป

- โมเดลเส้นโค้งพัฒนาการ (Growth Curve Model)