โมเดลเส้นโค้งพัฒนาการ (Growth Curve Model)

โมเดลพหุระดับ (Multilevel Modeling)

สันทัด พรประเสริฐมานิต

โครงร่างการนำเสนอ

- บทนำ
- เวลาเป็นตัวแปรอิสระ
- ตัวอย่างที่ 1 : การเปลี่ยนแปลงของความพึงพอใจในงาน
- ตัวอย่างที่ 2 : การเปลี่ยนแปลงความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่ม

บทนำ

- โมเดลที่วิเคราะห์ความเปลี่ยนแปลง มีหลายโมเดลในอดีต ทั้ง
  - การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบวัดซ้ำ (Repeated measures ANOVA)
  - การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบพหุ (MANOVA)
- การเกิดขึ้นของโมเดลเหล่านี้ เนื่องจากเกิดตัวแปรภายในบุคคล และต้องการเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างตัวแปรเหล่านั้น หรือศึกษาการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรเหล่านั้น เช่น
  - การวัดซ้ำจากคน หรือหน่วยศึกษาเดียวกัน (Repeated Measures)
  - การสุ่มเข้ากลุ่มทดลองแบบจับคู่ (Matching) หรือการสุ่มจากบล็อก (Randomized Block Design)
  - ข้อมูลจากฝาแฝดหรือการจับคู่ตามธรรมชาติ

บทนำ

- การวิเคราะห์นี้ นอกจากจะวิเคราะห์ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างตัวแปรภายในบุคคลแล้ว ยังสามารถวิเคราะห์สิ่งเหล่านี้เพิ่มเติม
  - รูปแบบความแตกต่างของค่าเฉลี่ย เช่น การเพิ่มขึ้นเชิงเส้นตรงหรือเส้นโค้ง ความแตกต่างระหว่างช่วงที่เป็นเงื่อนไขควบคุมและเงื่อนไขทดลอง
  - ทดสอบว่าตัวแปรอื่นมีอิทธิพลทำให้ความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยเปลี่ยนรูปแบบไปหรือไม่ เช่น การเพิ่มขึ้นเชิงเส้นตรงของเพศชายและเพศหญิงแตกต่างกัน

เวลาเป็นตัวแปรอิสระ

- ในการวิเคราะห์ข้อมูลว่าตัวแปรมีค่าแตกต่างกันภายในกลุ่มหรือไม่ ผู้วิจัยสามารถวิเคราะห์พหุระดับได้โดยตรง

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + e_{ij} \qquad \mathrm{Var}(e_{ij}) = \sigma^2 \qquad \text{ระดับที่ 1}$$

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j} \qquad \mathrm{Var}(u_{0j}) = \tau_{00} \qquad \text{ระดับที่ 2}$$

- เช่น
  - Y = ความพึงพอใจในชีวิต (คน : คู่ฝาแฝด) → σ^2 = ความแตกต่างระหว่างความพึงพอใจในชีวิตภายในคู่ฝาแฝด, τ_{00} = ความแตกต่างความพอใจเฉลี่ยระหว่างคู่ฝาแฝด
  - Y = คำศัพท์ที่จำได้ (ช่วงเวลาที่วัด : คน) → σ^2 = ความแตกต่างระหว่างจำนวนคำศัพท์แต่ละช่วงเวลาภายในแต่ละคน, τ_{00} = ความแตกต่างคำศัพท์เฉลี่ยระหว่างคน

เวลาเป็นตัวแปรอิสระ

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + e_{ij} \qquad \mathrm{Var}(e_{ij}) = \sigma^2$$ ระดับที่ 1

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}W_j + u_{0j} \qquad \mathrm{Var}(u_{0j}) = \tau_{00}$$ ระดับที่ 2

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}W_j + u_{1j} \qquad \mathrm{Var}(u_{1j}) = \tau_{11}$$

- สามารถใส่ตัวแปรอธิบายการเปลี่ยนแปลงในแต่ละระดับได้ รวมถึงปฏิสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต่างระดับ เช่น
  - Y = ความพึงพอใจในชีวิต (คน : คู่ฝ่าแฝด), X = ฐานะของฝ่าแฝดแต่ละคน, W = อายุปัจจุบันของคู่ฝ่าแฝด
  - Y = คำศัพท์ที่จำได้ (ช่วงเวลาที่วัด : คน), X = ช่วงเวลาที่ใช้วัดแต่ละครั้ง ว่าเป็นเช้าหรือเย็น, Z = มีพี่หรือไม่

เวลาเป็นตัวแปรอิสระ

- ข้อดีของโมเดลพหุระดับ คือ สามารถใส่ตัวแปรเวลาเข้าไปเป็นตัวแปรทำนายค่าของตัวแปรตามได้เลย โดยอิงจากสมการถดถอยดังนี้

$$Y_i = \pi_0 + \pi_1 T_i + e_i$$

$$Y_i = 49.3 + 2.27 T_i + e_i$$

$$Y_i = \pi_0 + \pi_1 T_i + \pi_2 T_i^2 + e_i$$

$$Y_i = 47.3 + 4.27 T_i - 0.22 T_i^2 + e_i$$

ส่วนสูง (cm)	อายุ (เดือน)	*T*
47	0	0
59	3	3
64	6	6
68	9	9

หากมีข้อมูลหลายคน สามารถใช้การวิเคราะห์พหุระดับได้

เวลาเป็นตัวแปรอิสระ

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j}T_{ij} + e_{ij} \qquad \mathrm{Var}(e_{ij}) = \sigma^2$$ ระดับที่ 1

$$\pi_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j} \qquad \mathrm{Var}(u_{0j}) = \tau_{00}$$ ระดับที่ 2

$$\pi_{1j} = \gamma_{10} + u_{1j} \qquad \mathrm{Var}(u_{1j}) = \tau_{11} \qquad \mathrm{Cov}(u_{0j}, u_{1j}) = \tau_{01}$$

- π_{0j} คือ ค่าคาดหวังของ Y เมื่อ $T = 0$ ในคนที่ j
- π_{1j} คือ ความชันของการเปลี่ยนแปลงเชิงเส้นตรงในคนที่ j หรือหากเวลาเพิ่มขึ้น 1 หน่วยแล้วค่า Y จะเปลี่ยนแปลงอย่างไรในคนที่ j
- γ_{00} คือ ค่าเฉลี่ยของค่าคาดหวังของ Y เมื่อ $T = 0$ จากทุกคน
- γ_{10} คือ ความชันของการเปลี่ยนแปลงเชิงเส้นตรงเฉลี่ยจากทุกคน

เวลาเป็นตัวแปรอิสระ

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j}T_{ij} + e_{ij} \qquad \mathrm{Var}(e_{ij}) = \sigma^2 \qquad \text{ระดับที่ 1}$$

$$\pi_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j} \qquad \mathrm{Var}(u_{0j}) = \tau_{00} \qquad \text{ระดับที่ 2}$$

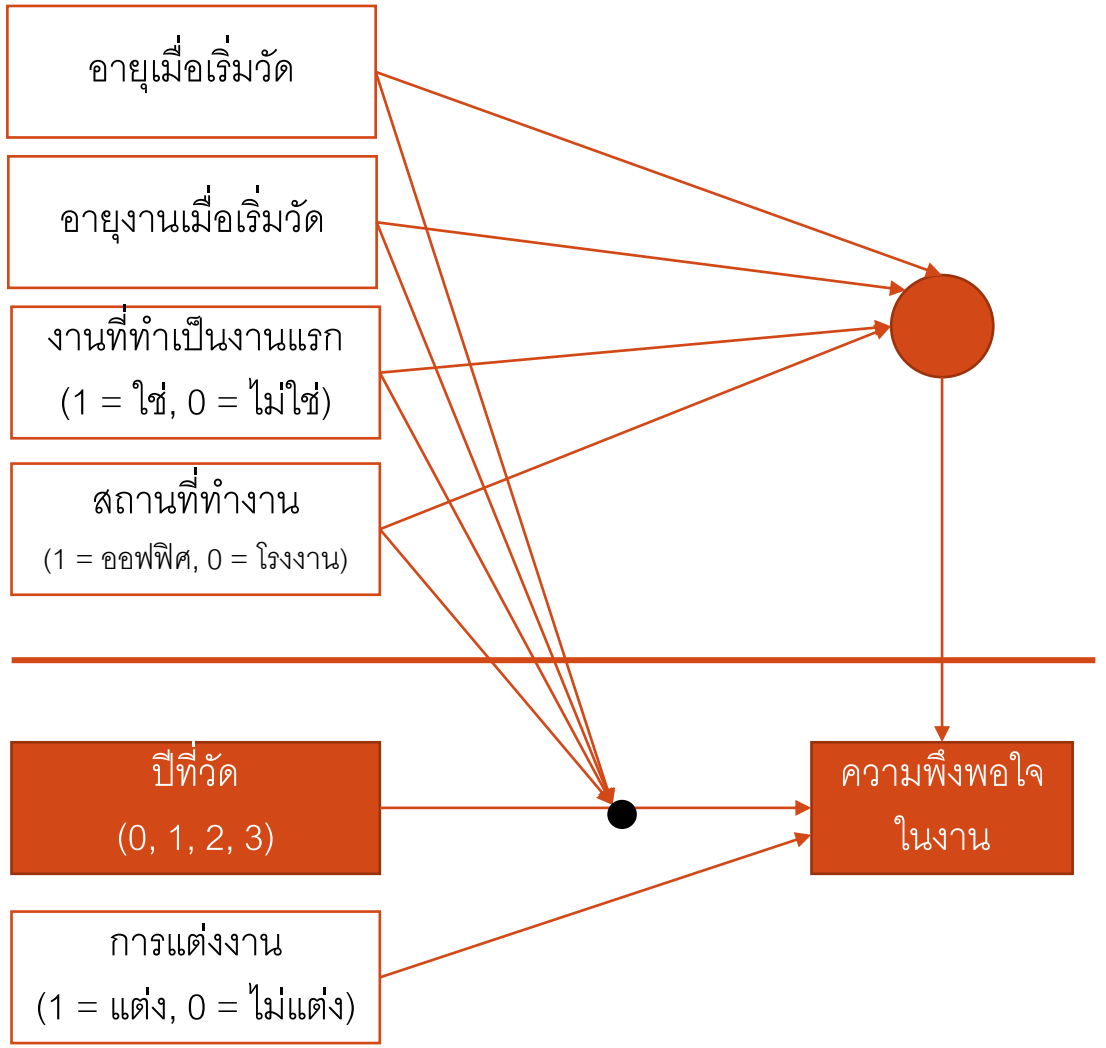
$$\pi_{1j} = \gamma_{10} + u_{1j} \qquad \mathrm{Var}(u_{1j}) = \tau_{11} \qquad \mathrm{Cov}(u_{0j}, u_{1j}) = \tau_{01}$$

- σ^2 คือ ความแปรปรวนของค่าคงเหลือระดับที่ 1 หลังจากใส่ตัวแปรเวลาไปแล้ว
- τ_{00} คือ ความแปรปรวนของค่าคาดหวังของ *Y* เมื่อ *T* = 0 จากทุกคน
- τ_{11} คือ ความแปรปรวนของอัตราการเจริญเติบโตของตัวแปร *Y*
- τ_{01} คือ ความแปรปรวนร่วมของค่าคาดหวังของ *Y* เมื่อ *T*= 0 และอัตราการเจริญเติบโตของตัวแปร *Y*

ตัวอย่างที่ 1 : การเปลี่ยนแปลงของความพึงพอใจในงาน

ทำนายความพึงพอใจในการทำงาน
ของพนักงานในบริษัทแห่งหนึ่ง

เก็บข้อมูลจากพนักงาน 400 คน เป็นเวลา 4 ปี ต่อเนื่องกัน เพื่อวัดความเปลี่ยนแปลงของความพึงพอใจในการทำงาน



ตัวอย่างที่ 1 : การเปลี่ยนแปลงของความพึงพอใจในงาน

```
> dat1 <-read.table("lecture8ex1.csv", sep=",", header=TRUE)
> psych::describe(dat1)
          vars    n   mean     sd median trimmed    mad min  max range  skew kurtosis    se
rowid        1 1600 800.50 462.02  800.5  800.50 593.04   1 1600  1599  0.00    -1.20 11.55
pid          2 1600 200.50 115.51  200.5  200.50 148.26   1  400   399  0.00    -1.20  2.89
jsat         3 1600  48.14  10.28   47.0   47.85  10.38  12   96    84  0.27     0.47  0.26
time         4 1600   1.50   1.12    1.5    1.50   1.48   0    3     3  0.00    -1.36  0.03
married      5 1600   0.37   0.48    0.0    0.34   0.00   0    1     1  0.53    -1.72  0.01
age0         6 1600  28.38   6.14   27.0   27.85   5.93  18   50    32  0.82     0.62  0.15
tenure0      7 1600   2.05   1.40    1.8    1.92   1.37   0    8     8  0.93     0.85  0.04
fftj         8 1600   0.46   0.50    0.0    0.45   0.00   0    1     1  0.15    -1.98  0.01
officejob    9 1600   0.33   0.47    0.0    0.29   0.00   0    1     1  0.72    -1.48  0.01
male        10 1600   0.68   0.47    1.0    0.72   0.00   0    1     1 -0.77    -1.41  0.01
```

- ตัวแปรเวลา (`time`) เป็นตัวแปรที่แสดงถึงปีที่มีการวัดหลังจากวัดครั้งแรก ซึ่งมีค่า 0 (ครั้งแรก), 1, 2, หรือ 3 ปี
- อายุ (`age0`) คือ อายุของผู้ตอบเมื่อมีการวัดครั้งแรก
- อายุงาน (`tenure0`) คือ อายุงานของผู้ตอบเมื่อมีการวัดครั้งแรก

ตัวอย่างที่ 1 : การเปลี่ยนแปลงของความพึงพอใจในงาน

```
> dat1 <-read.table("lecture8ex1.csv", sep=",", header=TRUE)
> psych::describe(dat1)
          vars    n   mean     sd median trimmed    mad min  max range  skew kurtosis    se
rowid        1 1600 800.50 462.02  800.5  800.50 593.04   1 1600  1599  0.00    -1.20 11.55
pid          2 1600 200.50 115.51  200.5  200.50 148.26   1  400   399  0.00    -1.20  2.89
jsat         3 1600  48.14  10.28   47.0   47.85  10.38  12   96    84  0.27     0.47  0.26
time         4 1600   1.50   1.12    1.5    1.50   1.48   0    3     3  0.00    -1.36  0.03
married      5 1600   0.37   0.48    0.0    0.34   0.00   0    1     1  0.53    -1.72  0.01
age0         6 1600  28.38   6.14   27.0   27.85   5.93  18   50    32  0.82     0.62  0.15
tenure0      7 1600   2.05   1.40    1.8    1.92   1.37   0    8     8  0.93     0.85  0.04
fftj         8 1600   0.46   0.50    0.0    0.45   0.00   0    1     1  0.15    -1.98  0.01
officejob    9 1600   0.33   0.47    0.0    0.29   0.00   0    1     1  0.72    -1.48  0.01
male        10 1600   0.68   0.47    1.0    0.72   0.00   0    1     1 -0.77    -1.41  0.01
```

- ตัวแปรควบคุมที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา (Time-varying covariate) คือตัวแปรที่ศึกษาที่อยู่ในระดับการวัดซ้ำ
- ตัวแปรควบคุมที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา (Time-invariant covariate) คือตัวแปรที่ศึกษาที่อยู่ในระดับบุคคล

ตัวแปรทั้งสองระดับ อาจมีปฏิสัมพันธ์กับตัวแปรเวลาได้

โมเดลว่าง

```
> out0 <- lmer(jsat ~ 1 + (1|pid), data=dat1, REML=FALSE)
> summary(out0)
Linear mixed model fit by maximum likelihood  ['lmerMod']
Formula: jsat ~ 1 + (1 | pid)
   Data: dat1

     AIC      BIC   logLik deviance df.resid
 10919.4  10935.5  -5456.7  10913.4     1597

Scaled residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-2.9497 -0.5921  0.0149  0.5842  3.3077

Random effects:
 Groups   Name        Variance Std.Dev.
 pid      (Intercept) 76.51    8.747
 Residual             29.15    5.399
Number of obs: 1600, groups:  pid, 400

Fixed effects:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)  48.1356     0.4577   105.2
```

ความแปรปรวนระดับบุคคล = 76.51

ความแปรปรวนระดับการวัดซ้ำภายในบุคคล = 29.15

ICC = 76.51 / (76.51 + 29.15) = .724

ค่าเฉลี่ยของความพึงพอใจในงานระหว่างทุกคนทุกเวลา = 48.14 คะแนน

ใส่ตัวแปรเวลา โดยอัตราการเปลี่ยนแปลงเชิงเส้นตรง ยังไม่เปลี่ยนตามบุคคล

```
> out1 <- lmer(jsat ~ 1 + time + (1|pid), data=dat1, REML=FALSE)
> summary(out1)
Linear mixed model fit by maximum likelihood  ['lmerMod']
Formula: jsat ~ 1 + time + (1 | pid)
   Data: dat1

     AIC      BIC   logLik deviance df.resid
 10881.7  10903.2  -5436.9  10873.7     1596

Scaled residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-2.7741 -0.5993  0.0087  0.5622  3.5582

Random effects:
 Groups   Name        Variance Std.Dev.
 pid      (Intercept) 76.75    8.761
 Residual             28.20    5.310
Number of obs: 1600, groups:  pid, 400

Fixed effects:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)  49.2663     0.4912 100.308
time         -0.7538     0.1187  -6.348
```

ความแปรปรวนระดับบุคคล = 76.75
(ที่มากขึ้น เพราะตัวแปรเวลามีค่าเฉลี่ยเท่ากันในทุกคน
ผลกระทบจึงคล้ายกับตัวแปรที่ย้ายศูนย์กลางไปค่าเฉลี่ยกลุ่ม)

ความแปรปรวนระดับการวัดซ้ำภายในบุคคลคงเหลือ = 28.20

ค่าเฉลี่ยของความพึงพอใจในงานเมื่อเริ่มวัด = 49.27 คะแนน

ความพึงพอใจเฉลี่ยลดลงทุกปี ปีละ 0.75 คะแนน ซึ่งลดลงอย่างมีนัยสำคัญ

```
> out2 <- lmer(jsat ~ 1 + time + (1 + time|pid), data=dat1, REML=FALSE)
> anova(out1, out2)
Data: dat1
Models:
out1: jsat ~ 1 + time + (1 | pid)
out2: jsat ~ 1 + time + (1 + time | pid)
     Df   AIC   BIC  logLik deviance  Chisq Chi Df Pr(>Chisq)
out1  4 10882 10903 -5436.9    10874
out2  6 10720 10753 -5354.2    10708 165.23      2  < 2.2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

อัตราการเติบโตแตกต่างกันระหว่างบุคคลอย่างมีนัยสำคัญ

```
> summary(out2)
Linear mixed model fit by maximum likelihood  ['lmerMod']
Formula: jsat ~ 1 + time + (1 + time | pid)
   Data: dat1

     AIC      BIC   logLik deviance df.resid
 10720.5  10752.8  -5354.2  10708.5     1594

Scaled residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.52918 -0.52310  0.00172  0.53374  2.43190

Random effects:
 Groups   Name        Variance Std.Dev. Corr
 pid      (Intercept) 57.34    7.573
          time         5.04    2.245    0.20
 Residual             19.80    4.450
Number of obs: 1600, groups:  pid, 400

Fixed effects:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)  49.2662     0.4219 116.769
time         -0.7538     0.1500  -5.025
```

$$\text{Var}(e_{ij}) = 19.80$$

$$\text{Var}(u_{0j}) = 57.34$$

$$\text{Var}(u_{1j}) = 5.04$$

$$\rho(u_{0j}, u_{1j}) = .20$$

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j} T_{ij} + e_{ij}$$

$$\pi_{0j} = 49.27 + u_{0j}$$

$$\pi_{1j} = -0.75 + u_{1j}$$

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j}T_{ij} + e_{ij} \qquad \mathrm{Var}(e_{ij}) = 19.80$$

$$\pi_{0j} = 49.27 + u_{0j} \qquad \mathrm{Var}(u_{0j}) = 57.34$$

$$\pi_{1j} = -0.75 + u_{1j} \qquad \mathrm{Var}(u_{1j}) = 5.04 \qquad \rho(u_{0j}, u_{1j}) = .20$$

ค่าเฉลี่ยของความพึงพอใจในงานเมื่อเริ่มวัด = 49.27 คะแนน

ความพึงพอใจโดยเฉลี่ยลดลงทุกปี ปีละ 0.75 คะแนน

ความแปรปรวนระดับการวัดซ้ำภายในบุคคลคงเหลือ = 19.80

ความแปรปรวนระดับบุคคลคงเหลือ = 57.34 กล่าวคือ ช่วงเชื่อมั่น 95% ของความพึงพอใจบุคคล เมื่อเริ่มเก็บข้อมูล คือ $49.27 \pm 1.96 \cdot \sqrt{57.34} = (34.43, 64.11)$

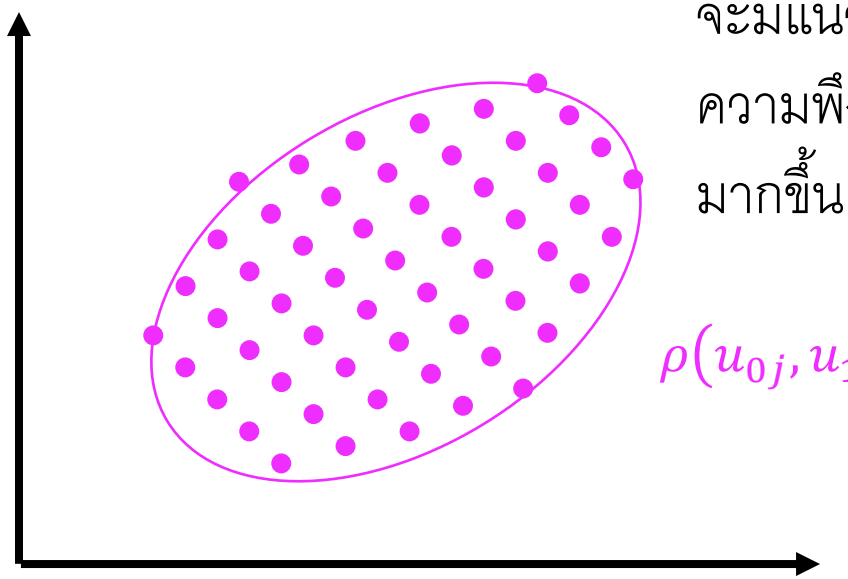
ความแปรปรวนระดับของอัตราการเจริญเติบโต = 5.04 กล่าวคือ ช่วงเชื่อมั่น 95% ของการเปลี่ยนแปลงเชิงเส้นตรงความพึงพอใจบุคคล คือ $-0.75 \pm 1.96 \cdot \sqrt{5.04} = (-5.15, 3.65)$

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j}T_{ij} + e_{ij} \qquad \mathrm{Var}(e_{ij}) = 19.80$$

$$\pi_{0j} = 49.27 + u_{0j} \qquad \mathrm{Var}(u_{0j}) = 57.34$$

$$\pi_{1j} = -0.75 + u_{1j} \qquad \mathrm{Var}(u_{1j}) = 5.04 \qquad \rho(u_{0j}, u_{1j}) = .20$$

การเปลี่ยนแปลงเชิงเส้นในแต่ละปีของความพึงพอใจในงาน



ความพึงพอใจในงานเมื่อวัดครั้งแรก

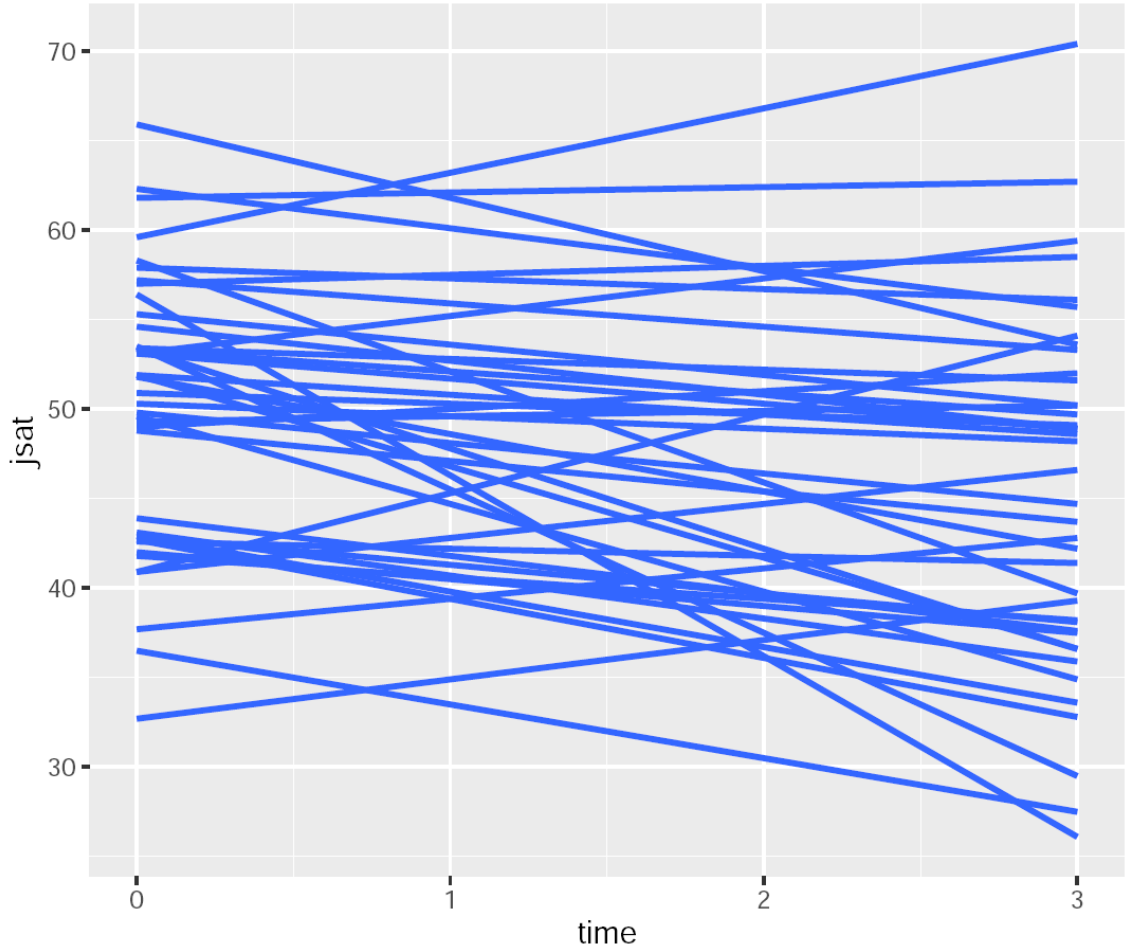
หากตอนเริ่มงานมีความพึงพอใจสูง จะมีแนวโน้มที่การเปลี่ยนแปลงของความพึงพอใจตลอด 3 ปีจะไปในทางบวกมากขึ้น

$$\rho(u_{0j}, u_{1j}) = .20$$

เอาข้อมูลบางคนออก เพื่อให้จำนวนเส้นในรูปไม่มากเกินไป

```
> dat1_2 <- dat1[dat1$pid%%10 == 0,]
> ggplot(dat1_2, aes(x=time, y=jsat, group=pid)) + geom_smooth(method=lm, se=FALSE)
```

ใช้คำสั่งเพื่อสร้างสมการถดถอยของปีที่วัดและความพึงพอใจภายในแต่ละบุคคล

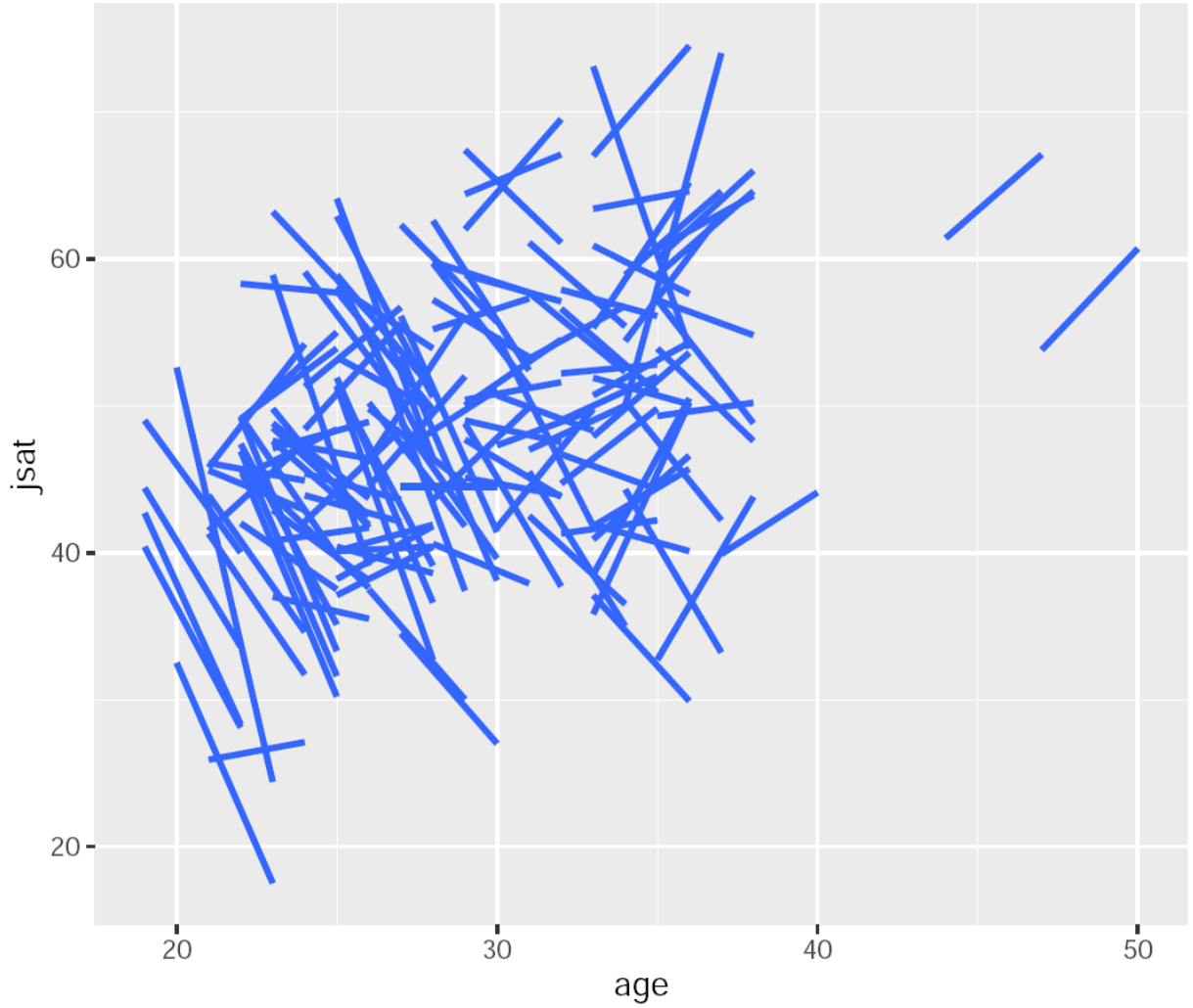


เอาข้อมูลบางกลุ่มออก เพื่อให้จำนวนเส้นในรูปไม่มากเกินไป

```
> dat1_2 <- dat1[dat1$pid%%3 == 0,]
> dat1_2$age <- dat1_2$age0 + dat1_2$time
> ggplot(dat1_2, aes(x=age, y=jsat, group=pid)) + geom_smooth(method=lm, se=FALSE)
```

สร้างอายุของพนักงานในแต่ละปีที่วัด

ใช้คำสั่งเพื่อสร้างสมการถดถอยของอายุและความพึงพอใจภายในแต่ละบุคคล



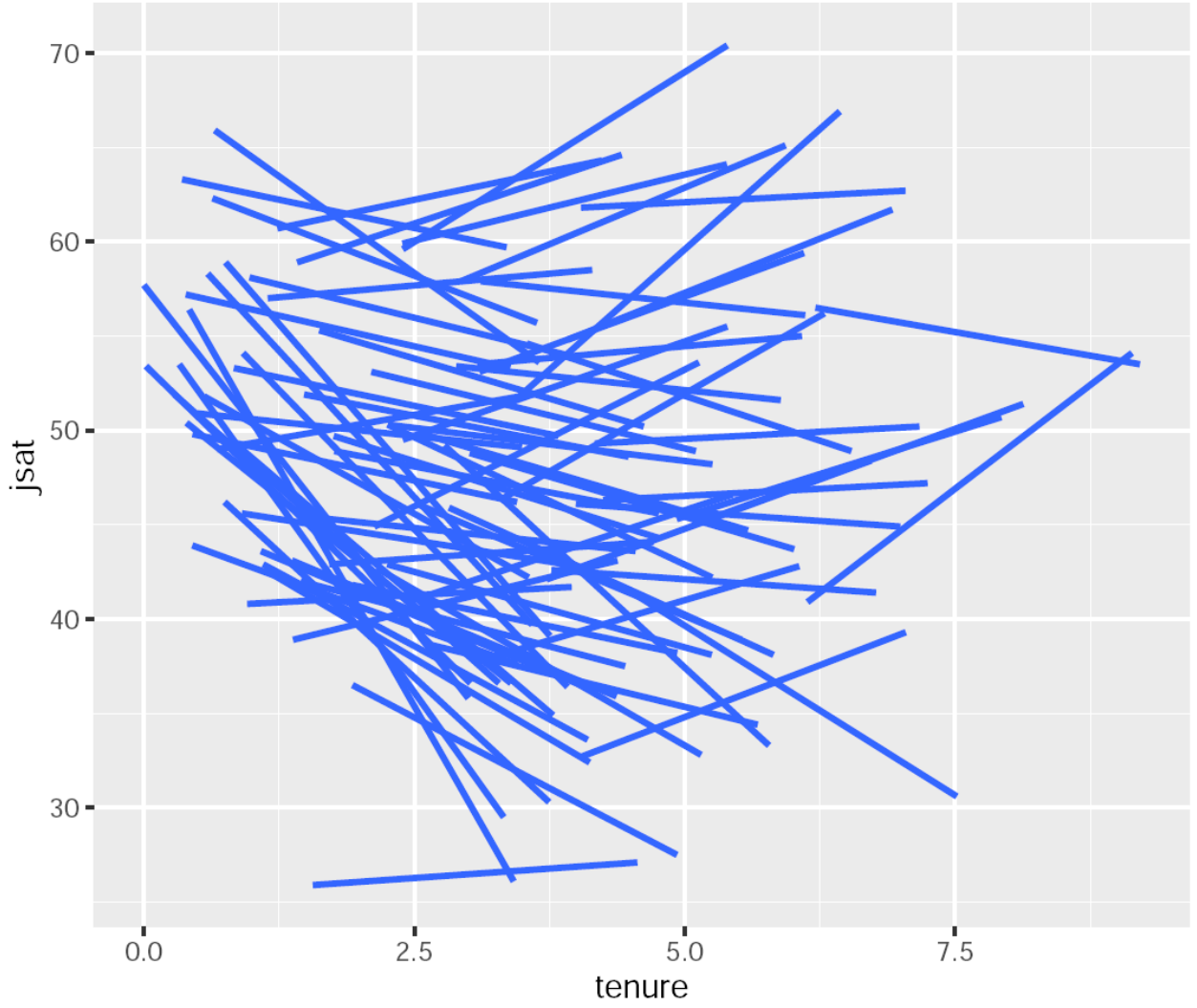
เอาข้อมูลบางกลุ่มออก เพื่อให้จำนวนเส้นในรูปไม่มากเกินไป

สร้างอายุงานของพนักงานในแต่ละปีที่วัด

```
> dat1_2 <- dat1[dat1$pid%%5 == 0,]
> dat1_2$tenure <- dat1_2$tenure0 + dat1_2$time
> ggplot(dat1_2, aes(x=tenure, y=jsat, group=pid)) + geom_smooth(method=lm, se=FALSE)
```

ใช้คำสั่งเพื่อสร้างสมการถดถอยของอายุงานและความพึงพอใจภายในแต่ละบุคคล

จากรูปภาพทั้งสาม แสดงให้เห็นว่าเวลาในการวัด อายุปี และอายุงาน ทำให้ภาพการเปลี่ยนแปลงของความพึงพอใจออกมาแตกต่างกัน



ทดลองตั้งค่าเวลาใหม่

ปีที่วัด	time	time1
0	0	-3
1	1	-2
2	2	-1
3	3	0

ให้จุดตัดแกน *Y* เท่ากับค่าความพึงพอใจในงานในปีแรก

ให้จุดตัดแกน *Y* เท่ากับค่าความพึงพอใจในงานในปีสุดท้าย

จุดตัดแกน Y เท่ากับค่าในปีแรก

```
> out1c <- lmer(jsat ~ 1 + time + (1 + time|pid)
> summary(out1c)
Linear mixed model fit by maximum likelihood  ['
Formula: jsat ~ 1 + time +
   Data: dat1

     AIC      BIC   logLik deviance df.resid
 10720.5  10752.8 -5354.2  10708.5     1594

Scaled residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.52918 -0.52310  0.00172  0.53374  2.43190

Random effects:
 Groups   Name        Variance Std.Dev. Corr
 pid      (Intercept) 57.34    7.573
          time         5.04    2.245    0.20
 Residual             19.80    4.450
Number of obs: 1600, groups:  pid, 400

Fixed effects:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)  49.2662     0.4219 116.769
time         -0.7538     0.1500  -5.025
```

Log Likelihood เท่ากัน แสดงว่าเป็นโมเดลเดียวกัน

$\tau_{00}, \tau_{01}, \gamma_{00}$ เปลี่ยนแปลงไป แต่ $\sigma^2, \tau_{11}, \gamma_{10}$ เท่าเดิม
เนื่องจากความหมายของจุดตัดแกน Y เปลี่ยนแปลงไป

จุดตัดแกน Y เท่ากับค่าในปีสุดท้าย

```
> dat1$timel <- dat1$time - 3
> out1c1 <- lmer(jsat ~ 1 + timel + (1 + timel|p
> summary(out1c1)
Linear mixed model fit by maximum likelihood  ['
el + (1 + timel | pid)

     AIC      BIC   logLik deviance df.resid
 10720.5  10752.8 -5354.2  10708.5     1594

Scaled residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.52916 -0.52310  0.00171  0.53373  2.43187

Random effects:
 Groups   Name        Variance Std.Dev. Corr
 pid      (Intercept) 123.04   11.092
          timel         5.04    2.245   0.74
 Residual             19.80    4.450
Number of obs: 1600, groups:  pid, 400

Fixed effects:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)  47.0050     0.5850  80.347
timel        -0.7538     0.1500  -5.025
```

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j}T_{ij} + e_{ij} \qquad \mathrm{Var}(e_{ij}) = 19.80$$
$$\pi_{0j} = 47.01 + u_{0j} \qquad \mathrm{Var}(u_{0j}) = 123.04$$
$$\pi_{1j} = -0.75 + u_{1j} \qquad \mathrm{Var}(u_{1j}) = 5.04$$
$$\rho(u_{0j}, u_{1j}) = .74$$

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j}T_{ij} + e_{ij} \qquad \mathrm{Var}(e_{ij}) = 19.80$$

$$\pi_{0j} = 47.01 + u_{0j} \qquad \mathrm{Var}(u_{0j}) = 123.04$$

$$\pi_{1j} = -0.75 + u_{1j} \qquad \mathrm{Var}(u_{1j}) = 5.04 \qquad \rho(u_{0j}, u_{1j}) = .74$$

ค่าเฉลี่ยของความพึงพอใจในงานในท้ายปีที่สาม (ต้นปีที่สี่) ของการศึกษา = 47.01 คะแนน

ความพึงพอใจโดยเฉลี่ยลดลงทุกปี ปีละ 0.75 คะแนน

ความแปรปรวนระดับการวัดซ้ำภายในบุคคลคงเหลือ = 19.80

ความแปรปรวนระดับบุคคล = 123.04 กล่าวคือ ช่วงเชื่อมั่น 95% ของความพึงพอใจบุคคล

เมื่อท้ายปีที่สาม คือ $47.01 \pm 1.96 \cdot \sqrt{123.04} = (25.27, 68.75)$

ความแปรปรวนระดับของอัตราการเจริญเติบโต = 5.04 กล่าวคือ ช่วงเชื่อมั่น 95% ของการเปลี่ยนแปลง

เชิงเส้นตรงความพึงพอใจบุคคล คือ $-0.75 \pm 1.96 \cdot \sqrt{5.04} = (-5.15, 3.65)$

ยิ่งอัตราการเปลี่ยนแปลงไปในทางบวก ยิ่งทำให้ความพึงพอใจของบุคคลในปีที่สามยิ่งสูง ค่าสหสัมพันธ์อยู่ที่ .74

ใส่ตัวแปรควบคุมที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา

กลับมาให้ 0 เป็นเวลาเริ่มต้นเช่นเดิม

```
> out1d <- lmer(jsat ~ 1 + time + married + (1 + time|pid), data=dat1, REML=FALSE)
> summary(out1d)
Linear mixed model fit by maximum likelihood  ['lmerMod']
Formula: jsat ~ 1 + time + married + (1 + time | pid)
   Data: dat1

     AIC      BIC   logLik deviance df.resid
 10721.8  10759.5  -5353.9  10707.8     1593

Scaled residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.54356 -0.52099  0.00136  0.52260  2.42009

Random effects:
 Groups   Name        Variance Std.Dev. Corr
 pid      (Intercept) 56.868   7.541
          time         5.046   2.246    0.19
 Residual             19.841   4.454
Number of obs: 1600, groups:  pid, 400

Fixed effects:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)  49.1621     0.4394 111.893
time         -0.7932     0.1577  -5.032
married       0.4386     0.5351   0.820
```

ไม่ sig

สถานะการแต่งงานที่เปลี่ยนแปลงไป ไม่ส่งผลอย่างมีนัยสำคัญต่อความพึงพอใจในงาน

อย่างไรก็ตาม สถานะการแต่งงาน มีการเปลี่ยนแปลง 2 ระดับ

- ระดับภายในบุคคล คือ คนเปลี่ยนสถานะจากไม่แต่งงานเป็นแต่งงาน
- ระดับระหว่างบุคคล คือ เปรียบเทียบระหว่างคนแต่งงานและคนไม่แต่งงานในภาพรวม

จึงแยกผลตัวแปรแสดงผลเป็น 2 ระดับ

```
> dat1$avemarried <- ave(dat1$married, dat1$pid)
> dat1$diffmarried <- dat1$married - dat1$avemarried
> out1e <- lmer(jsat ~ 1 + time + diffmarried + avemarried + (1 + time|pid), data=dat1, REML=FALSE)
> summary(out1e)
Linear mixed model fit by maximum likelihood  ['lmerMod']
Formula: jsat ~ 1 + time + diffmarried + avemarried + (1 + time | pid)
   Data: dat1

     AIC      BIC   logLik deviance df.resid
   10712    10755    -5348    10696     1592

Scaled residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.56584 -0.51463  0.00135  0.52804  2.39684

Random effects:
 Groups   Name        Variance Std.Dev. Corr
 pid      (Intercept) 55.988   7.482
          time         5.041   2.245    0.15
 Residual             19.770   4.446
Number of obs: 1600, groups:  pid, 400

Fixed effects:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)  47.9283     0.5593  85.698
time         -0.7004     0.1599  -4.380
diffmarried  -0.5932     0.6164  -0.962 ไม่ sig
avemarried    3.3768     0.9840   3.432 sig
```

ภายในบุคคลหนึ่ง เมื่อเปลี่ยนจากโสด
เป็นแต่งงาน จะไม่พบความแตกต่าง
ในความพึงพอใจในงานอย่างมีนัยสำคัญ

คนที่แต่งงานแล้วตั้งแต่เข้างาน (`avemarried` = 1)
จะมีความพึงพอใจเริ่มต้นมากกว่าคนที่ยังไม่แต่งงาน
แม้จะจบระยะการเก็บข้อมูลแล้ว (`avemarried` = 0)

เมื่อทดลองนำตัวแปร `diffmarried` ให้เป็นอิทธิพลสุ่ม (อิทธิพลภายในบุคคลแตกต่างกัน) แล้ว
พบว่าไม่สามารถประมาณค่าได้ (Nonconvergent) จึงนำตัวแปรนี้ออกจากโมเดล

ใส่ตัวแปรควบคุมที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา

```
> out1h <- lmer(jsat ~ 1 + time + avemarried + I(age0-25) + I(tenure0-5)
+               + fftj + officejob + (1 + time|pid), data=dat1, REML=FALSE)
> summary(out1h)
Linear mixed model fit by maximum likelihood  ['lmerMod']
Formula: jsat ~ 1 + time + avemarried + I(age0 - 25) + I(tenure0 - 5) +
    fftj + officejob + (1 + time | pid)
   Data: dat1

     AIC      BIC   logLik deviance df.resid
 10629.2  10688.4  -5303.6  10607.2     1589

Scaled residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.52034 -0.52055  0.01209  0.52927  2.40705

Random effects:
 Groups   Name        Variance Std.Dev. Corr
 pid      (Intercept) 46.26    6.802
          time         5.04    2.245    -0.07
 Residual              19.80    4.450
Number of obs: 1600, groups:  pid, 400

Fixed effects:
                Estimate Std. Error t value
(Intercept)     46.38962    1.27223  36.463
time            -0.75375    0.15000  -5.025
avemarried       2.15336    0.91932   2.342
I(age0 - 25)     0.69218    0.06864  10.084
I(tenure0 - 5)  -0.55391    0.30031  -1.844
fftj            -2.74400    0.84506  -3.247
officejob       -1.89137    0.83487  -2.265
```

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j}T_{ij} + e_{ij}$$

$$\rho(u_{0j}, u_{1j}) = -.07$$

$$\pi_{0j} = 46.38 + 0.69(W_{1j} - 25) - 0.55(W_{2j} - 5) - 2.74W_{3j} - 1.89W_{4j} + 2.15\bar{X}_{1ij} + u_{0j}$$

$$\pi_{1j} = -0.75 + u_{1j}$$

$$Var(e_{ij}) = 19.80, Var(u_{0j}) = 46.26, Var(u_{1j}) = 5.04$$

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j}T_{ij} + e_{ij}$$

$$\pi_{0j} = 46.38 + 0.69(W_{1j} - 25) - 0.55(W_{2j} - 5) - 2.74W_{3j} - 1.89W_{4j} + 2.15\bar{X}_{1ij} + u_{0j}$$

$$\pi_{1j} = -0.75 + u_{1j}$$

เมื่ออายุตอนเริ่มต้นเท่ากับ 25 ปี อายุงานเริ่มต้นเท่ากับ 5 ปี ทำงานที่นี่ไม่ได้เป็นงานแรก ทำงานโรงงานเป็นโสด จะมีความพึงพอใจในงานเริ่มต้นเท่ากับ 46.38

หากอายุเริ่มต้นเพิ่มขึ้น 1 ปี ควบคุมอายุงานเริ่มต้น การเคยทำงานอื่นมาก่อนหรือไม่ สถานที่ทำงาน และสถานะการแต่งงาน แล้วความพึงพอใจในงานเริ่มต้นจะมากขึ้น 0.69 แต้ม

หากอายุงานเริ่มต้นเพิ่มขึ้น 1 ปี ควบคุมอายุเริ่มต้น การเคยทำงานอื่นมาก่อนหรือไม่ สถานที่ทำงาน และสถานะการแต่งงาน แล้วความพึงพอใจในงานเริ่มต้นจะลดลง 0.55 แต้ม ผลไม่ถึงระดับนัยสำคัญ

คนที่ทำงานที่นี่เป็นที่แรก จะมีความพึงพอใจในงานเริ่มต้นน้อยกว่าคนที่ทำงานที่อื่นมาก่อน 2.74 แต้ม เมื่อควบคุมอายุเริ่มต้น อายุงานเริ่มต้น สถานที่ทำงาน และสถานะการแต่งงาน

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j}T_{ij} + e_{ij}$$

$$\pi_{0j} = 46.38 + 0.69(W_{1j} - 25) - 0.55(W_{2j} - 5) - 2.74W_{3j} - 1.89W_{4j} + 2.15\bar{X}_{1ij} + u_{0j}$$

$$\pi_{1j} = -0.75 + u_{1j}$$

คนที่ทำงานออฟฟิศ จะมีความพึงพอใจในงานเริ่มต้นน้อยกว่าคนที่ทำงานในโรงงานมาก่อน 1.89 แต้ม เมื่อควบคุมอายุเริ่มต้น อายุงานเริ่มต้น การเคยทำงานอื่นมาก่อนหรือไม่ และสถานะการแต่งงาน

คนที่สมรสแล้วจะมีความพึงพอใจในงานเริ่มต้นมากกว่าคนโสด (จนจบการสำรวจ) อยู่ 2.15 แต้ม เมื่อควบคุมอายุเริ่มต้น อายุงานเริ่มต้น การเคยทำงานอื่นมาก่อนหรือไม่ และสถานที่ทำงาน

ความพึงพอใจโดยเฉลี่ยลงลง 0.75 แต้มต่อปี แต่การเปลี่ยนแปลงนี้แตกต่างกันระหว่างบุคคล

ใส่ตัวแปรปฏิสัมพันธ์ระหว่างระดับที่เป็นไปได้ทั้งหมด

เพื่อการแปลความหมายได้ง่ายขึ้น เลยย้ายศูนย์กลางของตัวแปรอิสระทั้งหมดไปที่ค่าเฉลี่ยรวม (ยกเว้นตัวแปรที่ถูกย้ายศูนย์กลางไปที่ค่าเฉลี่ยกลุ่มแล้ว)

ในตัวแปรระดับที่ 2 หากใช้ `I(W - mean(W))` จะเป็นการหาค่าเฉลี่ยของ *W* ทุกตัวในคอลัมน์ ซึ่งเป็นค่าซ้ำกันในหน่วยระดับที่ 1 และหาก *n* แต่ละกลุ่มไม่เท่ากัน จะทำให้ค่าเฉลี่ยถูกคำนวณผิด

วิธีการแก้ คือ สร้างข้อมูลใหม่ ที่แถวแสดงถึงแต่ละบุคคล (ไม่ใช่แต่ละการวัด)

```
> dat1a <- dat1[!duplicated(dat1$pid),]
> apply(dat1a, 2, mean)
```

ตัดแถวที่มีค่า ID ระดับบุคคลซ้ำออก

หาค่าเฉลี่ยของแต่ละตัวแปร

rowid	pid	jsat	time	married	age0	tenure0	fftj
799.000000	200.500000	49.315000	0.000000	0.232500	28.375000	2.054317	0.462500

officejob	male	timel	avemarried	diffmarried
0.330000	0.680000	-3.000000	0.372500	-0.140000

เอาค่าเหล่านี้ไปหักออกจากตัวแปรในคำสั่ง R เพื่อย้ายศูนย์กลางไปที่ค่าเฉลี่ยรวม

```
> out1n <- lmer(jsat ~ 1 + time + time*I(avemarried-0.3725)
+               + time*I(age0-28.375) + time*I(tenure0-2.054)
+               + time*I(fftj-0.4625) + time*I(officejob-0.33)
+               + (1 + time|pid), data=dat1, REML=FALSE)
> summary(out1n)
```

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j}T_{ij} + e_{ij}$$

$$\pi_{0j} = 49.27 + 0.58(W_{1j} - \bar{W}_{1.}) - 1.36(W_{2j} - \bar{W}_{2.}) - 2.56(W_{3j} - \bar{W}_{3.}) - 1.75(W_{4j} - \bar{W}_{4.}) + 2.16(\bar{X}_{1.j} - \bar{X}_{1..}) + u_{0j}$$

$$\pi_{1j} = -0.75 + 0.14(W_{1j} - \bar{W}_{1.}) + 1.04(W_{2j} - \bar{W}_{2.}) - 0.24(W_{3j} - \bar{W}_{3.}) - 0.18(W_{4j} - \bar{W}_{4.}) - 0.005(\bar{X}_{1.j} - \bar{X}_{1..}) + u_{1j}$$

$$Var(e_{ij}) = 19.80, Var(u_{0j}) = 44.04, Var(u_{1j}) = 1.34 \qquad \rho(u_{0j}, u_{1j}) = .24$$

```
 Groups   Name        Variance Std.Dev. Corr
 pid      (Intercept) 44.043   6.636
          time         1.341   1.158    0.24
 Residual             19.801   4.450
Number of obs: 1600, groups:  pid, 400

Fixed effects:

                                Estimate Std. Error t value
(Intercept)                    49.266682   0.380471 129.489
time                           -0.754080   0.115116  -6.551
I(avemarried - 0.3725)          2.157200   0.945739   2.281
I(age0 - 28.375)                0.584070   0.070616   8.271
I(tenure0 - 2.054)             -1.361880   0.308940  -4.408
I(fftj - 0.4625)               -2.558328   0.869350  -2.943
I(officejob - 0.33)            -1.752716   0.858865  -2.041
time:I(avemarried - 0.3725)    -0.004955   0.286145  -0.017
time:I(age0 - 28.375)           0.139417   0.021366   6.525
time:I(tenure0 - 2.054)         1.041940   0.093474  11.147
time:I(fftj - 0.4625)          -0.239439   0.263033  -0.910
time:I(officejob - 0.33)       -0.178807   0.259861  -0.688
```

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j}T_{ij} + e_{ij}$$

$$\pi_{0j} = 49.27 + 0.58(W_{1j} - \bar{W}_{1.}) - 1.36(W_{2j} - \bar{W}_{2.}) - 2.56(W_{3j} - \bar{W}_{3.}) - 1.75(W_{4j} - \bar{W}_{4.}) + 2.16(\bar{X}_{1.j} - \bar{X}_{1..}) + u_{0j}$$

$$\pi_{1j} = -0.75 + 0.14(W_{1j} - \bar{W}_{1.}) + 1.04(W_{2j} - \bar{W}_{2.}) - 0.24(W_{3j} - \bar{W}_{3.}) - 0.18(W_{4j} - \bar{W}_{4.}) - 0.005(\bar{X}_{1.j} - \bar{X}_{1..}) + u_{1j}$$

เมื่ออายุเริ่มต้น อายุงานเริ่มต้น การเคยทำงานอื่นมาก่อน สถานที่ทำงาน และสถานะการแต่งงานเท่ากับค่าเฉลี่ยรวมแล้ว ความพึงพอใจในงานเริ่มต้นเท่ากับ 49.27

หากอายุเริ่มต้นเพิ่มขึ้น 1 ปี และอายุงานเริ่มต้น การเคยทำงานอื่นมาก่อนหรือไม่ สถานที่ทำงาน และสถานะการแต่งงานเท่ากับค่าเฉลี่ยรวมแล้ว ความพึงพอใจในงานเริ่มต้นจะมากขึ้น 0.58 แต้ม

หากอายุงานเริ่มต้นเพิ่มขึ้น 1 ปี และอายุเริ่มต้น การเคยทำงานอื่นมาก่อนหรือไม่ สถานที่ทำงาน และสถานะการแต่งงานเท่ากับค่าเฉลี่ยรวมแล้ว ความพึงพอใจในงานเริ่มต้นจะลดลง 1.36 แต้ม

คนที่ทำงานที่นี่เป็นที่แรก จะมีความพึงพอใจในงานเริ่มต้นน้อยกว่าคนที่ทำงานที่อื่นมาก่อน 2.56 แต้ม เมื่ออายุเริ่มต้น อายุงานเริ่มต้น สถานที่ทำงาน และสถานะการแต่งงานเท่ากับค่าเฉลี่ยรวม

คนที่ทำงานออฟฟิศ จะมีความพึงพอใจในงานเริ่มต้นน้อยกว่าคนที่ทำงานในโรงงานมาก่อน 1.75 แต้ม เมื่ออายุเริ่มต้น อายุงานเริ่มต้น การเคยทำงานอื่นมาก่อนหรือไม่ และสถานะการแต่งงานเท่ากับค่าเฉลี่ยรวม

คนที่สมรสแล้วจะมีความพึงพอใจในงานเริ่มต้นมากกว่าคนโสด (จนจบการสำรวจ) อยู่ 2.16 แต้ม เมื่ออายุเริ่มต้น อายุงานเริ่มต้น การเคยทำงานอื่นมาก่อนหรือไม่ และสถานที่ทำงานเท่ากับค่าเฉลี่ยรวม

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j}T_{ij} + e_{ij}$$

$$\pi_{0j} = 49.27 + 0.58\left(W_{1j} - \bar{W}_{1.}\right) - 1.36\left(W_{2j} - \bar{W}_{2.}\right) - 2.56\left(W_{3j} - \bar{W}_{3.}\right) - 1.75\left(W_{4j} - \bar{W}_{4.}\right) + 2.16\left(\bar{X}_{1.j} - \bar{X}_{1..}\right) + u_{0j}$$

$$\pi_{1j} = -0.75 + 0.14\left(W_{1j} - \bar{W}_{1.}\right) + 1.04\left(W_{2j} - \bar{W}_{2.}\right) - 0.24\left(W_{3j} - \bar{W}_{3.}\right) - 0.18\left(W_{4j} - \bar{W}_{4.}\right) - 0.005\left(\bar{X}_{1.j} - \bar{X}_{1..}\right) + u_{1j}$$

เมื่ออายุเริ่มต้น อายุงานเริ่มต้น การเคยทำงานอื่นมาก่อน สถานที่ทำงาน และสถานะการแต่งงานเท่ากับค่าเฉลี่ยรวมแล้ว จะมีการเปลี่ยนแปลงของความพึงพอใจในงานเชิงเส้นลดลง 0.75 แต้มต่อปี

หากอายุเริ่มต้นเพิ่มขึ้น 1 ปี ควบคุมอายุงานเริ่มต้น การเคยทำงานอื่นมาก่อนหรือไม่ สถานที่ทำงาน และสถานะการแต่งงาน อัตราการเปลี่ยนแปลงเชิงเส้นของความพึงพอใจในงานมากขึ้น 0.14 แต้มต่อปี

หากอายุงานเริ่มต้นเพิ่มขึ้น 1 ปี ควบคุมอายุเริ่มต้น การเคยทำงานอื่นมาก่อนหรือไม่ สถานที่ทำงาน และสถานะการแต่งงาน อัตราการเปลี่ยนแปลงเชิงเส้นของความพึงพอใจในงานมากขึ้น 1.04 แต้มต่อปี

คนที่ทำงานที่นี่เป็นที่แรก จะมีอัตราการเปลี่ยนแปลงเชิงเส้นของความพึงพอใจในงานน้อยกว่าคนที่ทำงานที่อื่นมาก่อน 0.24 แต้มต่อปี เมื่อควบคุมอายุเริ่มต้น อายุงานเริ่มต้น สถานที่ทำงาน และสถานการณ์แต่งงาน แต่ผลไม่ถึงระดับนัยสำคัญ

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j}T_{ij} + e_{ij}$$

$$\pi_{0j} = 49.27 + 0.58\left(W_{1j} - \bar{W}_{1.}\right) - 1.36\left(W_{2j} - \bar{W}_{2.}\right) - 2.56\left(W_{3j} - \bar{W}_{3.}\right) - 1.75\left(W_{4j} - \bar{W}_{4.}\right) + 2.16\left(\bar{X}_{1.j} - \bar{X}_{1..}\right) + u_{0j}$$

$$\pi_{1j} = -0.75 + 0.14\left(W_{1j} - \bar{W}_{1.}\right) + 1.04\left(W_{2j} - \bar{W}_{2.}\right) - 0.24\left(W_{3j} - \bar{W}_{3.}\right) - 0.18\left(W_{4j} - \bar{W}_{4.}\right) - 0.005\left(\bar{X}_{1.j} - \bar{X}_{1..}\right) + u_{1j}$$

คนที่ทำงานออฟฟิศ จะมีอัตราการเปลี่ยนแปลงเชิงเส้นของความพึงพอใจในงานน้อยกว่าคนที่ทำงานในโรงงานมาก่อน 1.75 แต้มต่อปี เมื่อควบคุมอายุเริ่มต้น อายุงานเริ่มต้น การเคยทำงานอื่นมาก่อนหรือไม่ และสถานะการแต่งงาน แต่ผลไม่ถึงระดับนัยสำคัญ

คนที่สมรสแล้วจะมีอัตราการเปลี่ยนแปลงเชิงเส้นของความพึงพอใจในงานน้อยกว่าคนโสด (จนจบการสำรวจ) อยู่ 0.005 แต้มต่อปี เมื่อควบคุมอายุเริ่มต้น อายุงานเริ่มต้น การเคยทำงานอื่นมาก่อนหรือไม่ และสถานที่ทำงาน แต่ผลไม่ถึงระดับนัยสำคัญ

การหาปฏิสัมพันธ์ ควรย้ายศูนย์กลางของตัวแปรอื่นทุกตัวให้อยู่ที่ค่าเฉลี่ย

การย้ายศูนย์กลางที่ไปที่ค่าเฉลี่ยรวมทำให้เห็นภาพรวมโดยเฉลี่ยทั้งกลุ่มตัวอย่าง มีปฏิสัมพันธ์รูปแบบใด หากไม่ย้ายศูนย์กลาง จะเป็นปฏิสัมพันธ์จำเพาะค่าใดค่าหนึ่งของตัวแปรอื่น เช่น

หาปฏิสัมพันธ์ระหว่างเวลา และอายุเริ่มต้น

พิจารณาการย้ายศูนย์กลาง 2 รูปแบบ

$$W_2 = 5, W_3 = 0, W_4 = 0, \bar{X}_1 = 0$$

$$Y_{ij} = 46.20 + 0.58(W_{1j} - \bar{W}_{1.}) + 2.49X_{1ij} + 0.14(W_{1j} - \bar{W}_{1.})T_{ij}$$

$$W_2 = \bar{W}_2, W_3 = \bar{W}_3, W_4 = \bar{W}_4, \bar{X}_1 = \bar{X}_{1..}$$

$$Y_{ij} = 49.27 + 0.58(W_{1j} - \bar{W}_{1.}) - 0.75X_{1ij} + 0.14(W_{1j} - \bar{W}_{1.})T_{ij}$$

อายุ	อายุ – 28.375	อัตราการเปลี่ยนแปลงสมการบน	อัตราการเปลี่ยนแปลงสมการล่าง
25	-3.375	2.49 + (0.14 x -3.375) = 2.02	-0.75 + (0.14 x -3.375) = -1.22
30	1.625	2.49 + (0.14 x 1.625) = 2.72	-0.75 + (0.14 x 1.625) = -0.52
35	6.625	2.49 + (0.14 x 6.625) = 3.42	-0.75 + (0.14 x 6.625) = 0.18

เมื่ออายุ 25 ปี สมการบนบอกว่ามีความพึงพอใจมากขึ้น สมการล่างบอกความพึงพอใจลดลง

ด้วยเหตุนี้ ควรใช้สมการที่ตัวแปรอื่นเท่ากับค่าเฉลี่ย เพื่อมองให้เห็นภาพรวมโดยเฉลี่ยของทุกคน

เนื่องจาก `interactions` package ไม่สามารถจัดการ `I()` ได้ จึงย้ายศูนย์กลางที่ข้อมูล ก่อนนำไปวิเคราะห์

```
> dat1$age0c <- dat1$age0-28.375
> dat1$avemarriedc <- dat1$avemarried - 0.3725
> dat1$tenure0c <- dat1$tenure0 - 2.054
> dat1$fftjc <- dat1$fftj - 0.4625
> dat1$officejobc <- dat1$officejob - 0.33
> out1nn <- lmer(jsat ~ 1 + time + time*avemarriedc
+                + time*age0c + time*tenure0c
+                + time*fftjc + time*officejobc
+                + (1 + time|pid), data=dat1, REML=FALSE)
```

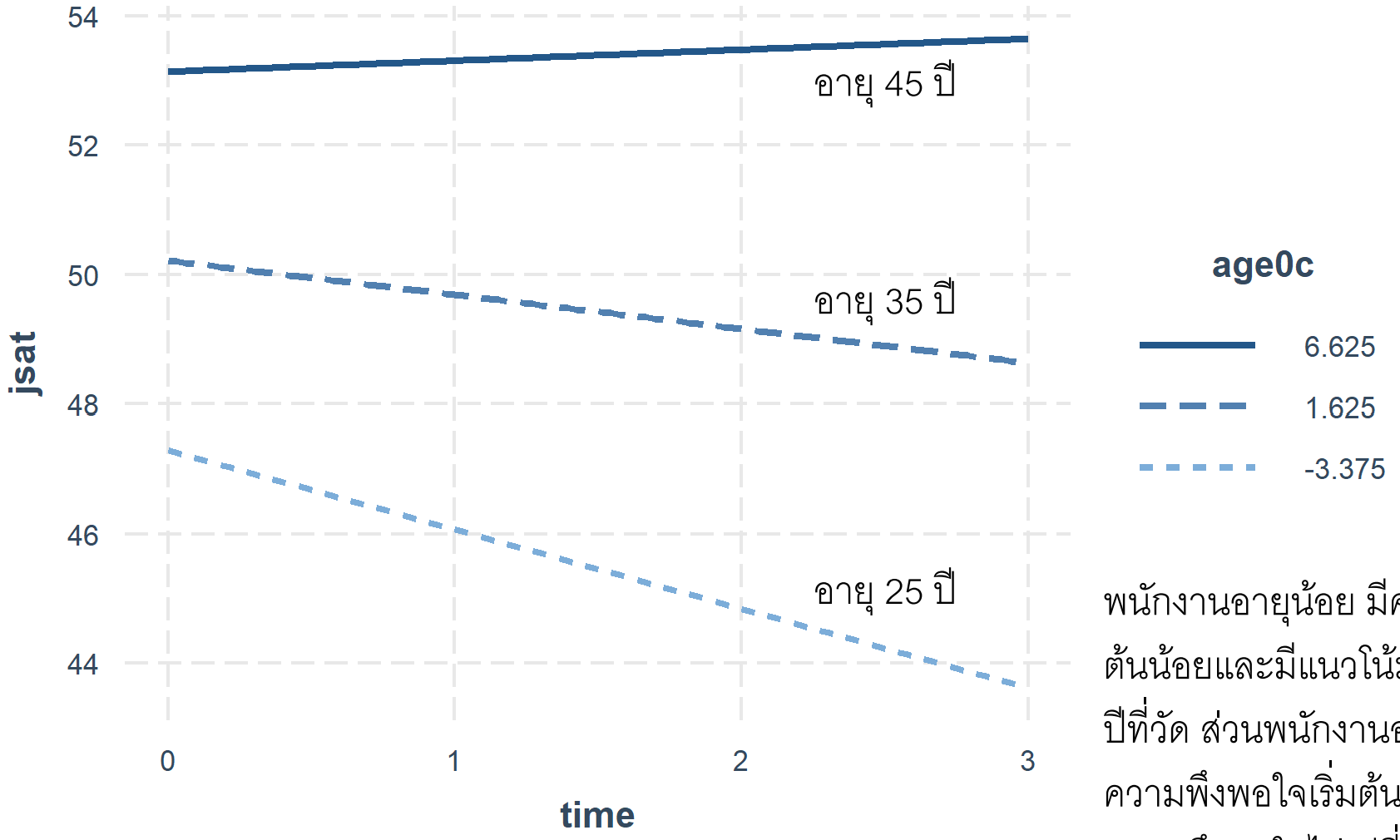
```
> age0cval <- c(25, 30, 35) - 28.375
> timeval <- c(0, 1, 2, 3)
> library(interactions)
> ss11 <- sim_slopes(model=out1nn, pred=time, modx=age0c, modx.values=age0cval)
> ss11
JOHNSON-NEYMAN INTERVAL

When age0c is OUTSIDE the interval [3.48, 8.41], the slope of
time is p < .05.

Note: The range of observed values of age0c is [-10.38, 21.62]

SIMPLE SLOPES ANALYSIS

Slope of time when age0c = -3.375:

   Est.    S.E.    t val.       p
------- ------ -------- ------
  -1.22    0.14    -8.95    0.00

Slope of time when age0c =  1.625:

   Est.    S.E.    t val.       p
------- ------ -------- ------
  -0.53    0.12    -4.35    0.00

Slope of time when age0c =  6.625:

  Est.    S.E.    t val.       p
------ ------ -------- ------
  0.17    0.18     0.92    0.36
```

พนักงานอายุเริ่มต้นน้อย เมื่อเวลาผ่านไป จะมีความพึงพอใจในงานลดลง

พนักงานอายุเริ่มต้นปานกลาง เมื่อเวลาผ่านไป จะมีความพึงพอใจในงานลดลง

พนักงานอายุเริ่มต้นสูง เมื่อเวลาผ่านไป ความพึงพอใจในงาน
ไม่เปลี่ยนแปลงอย่างมีนัยสำคัญ

```
> interact_plot(model=out1nn, pred=time, modx=age0c, modx.values=age0cval)
```



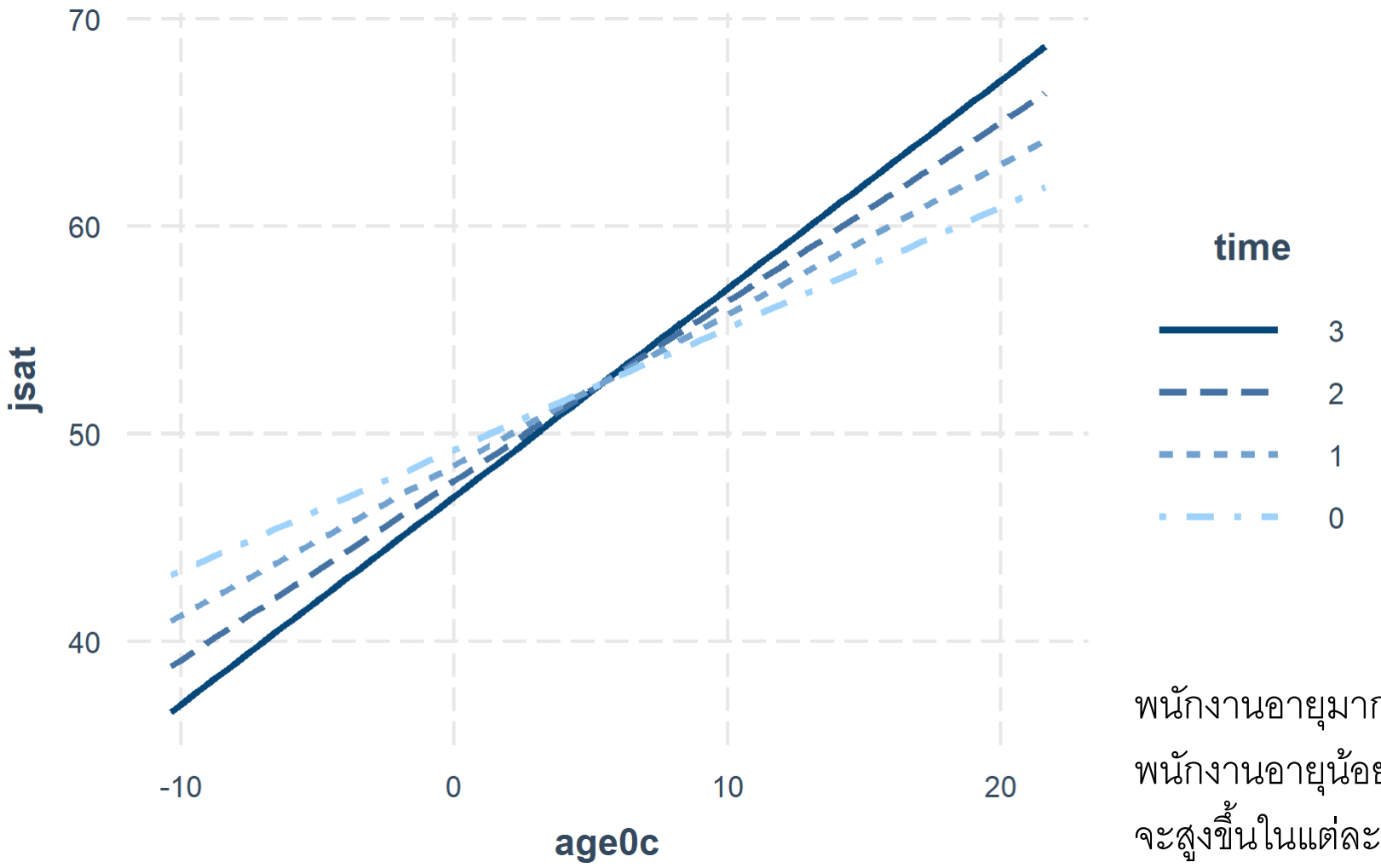
พนักงานอายุน้อย มีความพึงพอใจเริ่มต้นน้อยและมีแนวโน้มจะลดลงตลอดปีที่วัด ส่วนพนักงานอายุมาก มีความพึงพอใจเริ่มต้นสูง และมีแนวโน้มความพึงพอใจไม่เปลี่ยนแปลง

```
> ss12 <- sim_slopes(model=out1nn, pred=age0c, modx=time, modx.values=timeval)
> ss12
JOHNSON-NEYMAN INTERVAL

When time is OUTSIDE the interval [-6.61, -2.75], the slope of age0c
is p < .05.

Note: The range of observed values of time is [0.00, 3.00]

SIMPLE SLOPES ANALYSIS

Slope of age0c when time = 0.00:

  Est.   S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  0.58   0.07     8.21   0.00

Slope of age0c when time = 1.00:

  Est.   S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  0.72   0.07    10.43   0.00

Slope of age0c when time = 2.00:

  Est.   S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  0.86   0.07    11.66   0.00

Slope of age0c when time = 3.00:

  Est.   S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  1.00   0.08    11.91   0.00
```

ในปีที่เริ่มวัด พนักงานที่อายุมากจะมีแนวโน้มพึงพอใจมากกว่าพนักงานอายุน้อย

ในปีสุดท้ายที่วัด พนักงานที่อายุมาก จะมีแนวโน้มพึงพอใจมากกว่าพนักงานอายุน้อย ซึ่งผลความแตกต่างมากขึ้นกว่าปีแรก

```
> interact_plot(model=out1nn, pred=age0c, modx=time, modx.values=timeval)
```



พนักงานอายุมากมีความพึงพอใจสูงกว่าพนักงานอายุน้อย โดยความแตกต่างนี้จะสูงขึ้นในแต่ละปีที่วัด

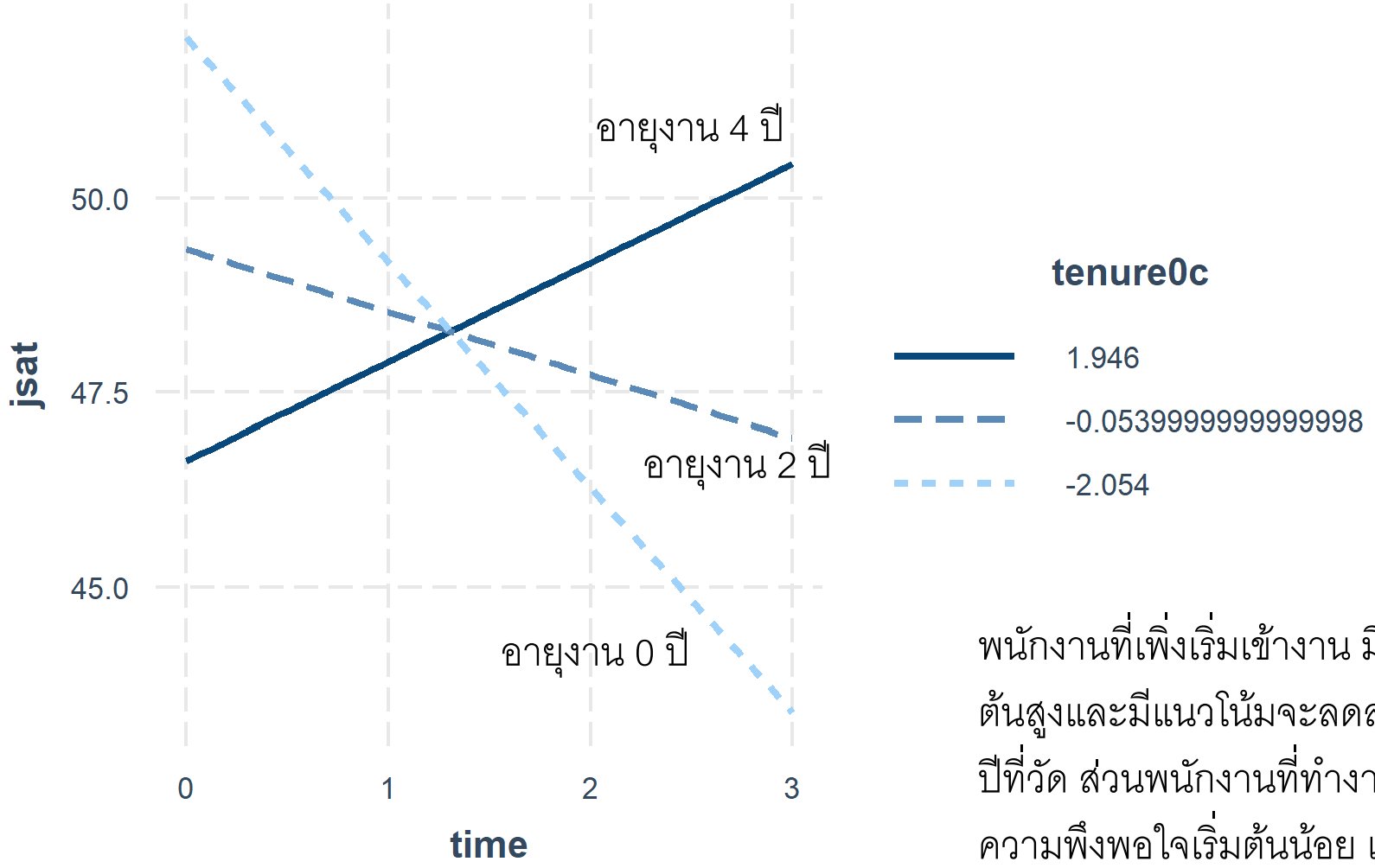
```
> tenure0cval <- c(0, 2, 4) - 2.054
> ss13 <- sim_slopes(model=out1nn, pred=time, modx=tenure0c, modx.values=tenure0cval)
> ss13
JOHNSON-NEYMAN INTERVAL

When tenure0c is OUTSIDE the interval [0.49, 1.00], the slope of time
is p < .05.

Note: The range of observed values of tenure0c is [-2.05, 5.95]

SIMPLE SLOPES ANALYSIS

Slope of time when tenure0c = -2.054:

   Est.    S.E.    t val.       p
------- ------ -------- ------
  -2.89    0.23   -12.83    0.00

Slope of time when tenure0c = -0.054:

   Est.    S.E.    t val.       p
------- ------ -------- ------
  -0.81    0.12    -6.98    0.00

Slope of time when tenure0c =  1.946:

  Est.    S.E.    t val.       p
------ ------ -------- ------
  1.27    0.22     5.87    0.00
```

พนักงานที่เพิ่งเข้าบริษัท เมื่อเวลาผ่านไป จะมีความพึงพอใจในงานลดลง

พนักงานที่ตอนวัดครั้งแรกมีอายุงาน 2 ปี เมื่อเวลาผ่านไป จะมีความพึงพอใจในงานลดลง

พนักงานที่ตอนวัดครั้งแรกมีอายุงาน 4 ปี เมื่อเวลาผ่านไป จะมีความพึงพอใจในงานมากขึ้น

```
> interact_plot(model=out1nn, pred=time, modx=tenure0c, modx.values=tenure0cval)
```



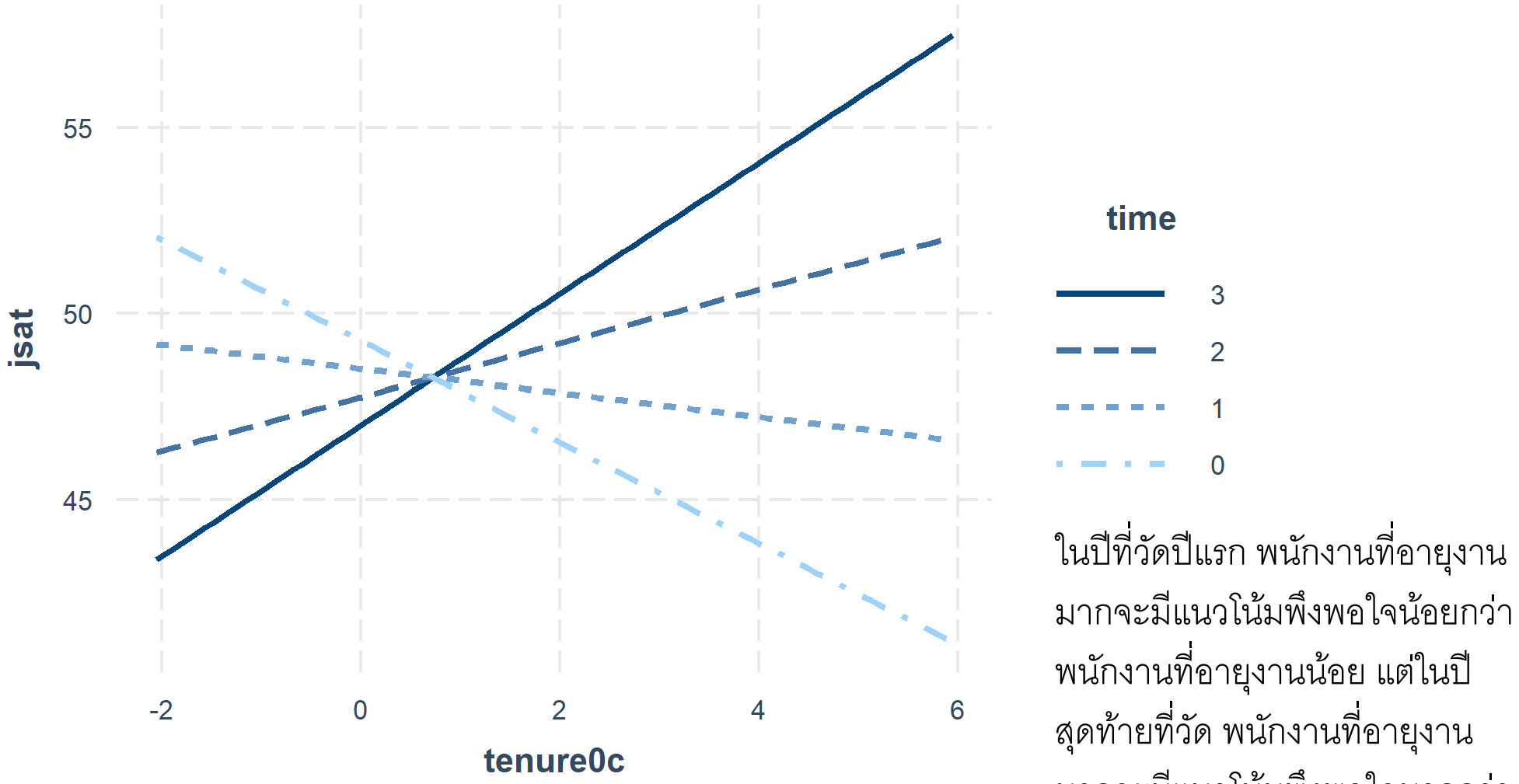
พนักงานที่เพิ่งเริ่มเข้างาน มีความพึงพอใจเริ่มต้นสูงและมีแนวโน้มจะลดลงตลอดปีที่วัด ส่วนพนักงานที่ทำงานมาแล้ว 4 ปี มีความพึงพอใจเริ่มต้นน้อย และมีแนวโน้มความพึงพอใจสูงขึ้น

```
> ss14 <- sim_slopes(model=out1nn, pred=tenure0c, modx=time, modx.values=timeval)
> ss14
JOHNSON-NEYMAN INTERVAL

When time is OUTSIDE the interval [0.74, 1.91], the slope of tenure0c
is p < .05.

Note: The range of observed values of time is [0.00, 3.00]

SIMPLE SLOPES ANALYSIS

Slope of tenure0c when time = 0.00:

   Est.   S.E.   t val.      p
------- ------ -------- ------
  -1.36   0.31    -4.38   0.00

Slope of tenure0c when time = 1.00:

   Est.   S.E.   t val.      p
------- ------ -------- ------
  -0.32   0.30    -1.05   0.29

Slope of tenure0c when time = 2.00:

  Est.   S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  0.72   0.32     2.23   0.03

Slope of tenure0c when time = 3.00:

  Est.   S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  1.76   0.37     4.79   0.00
```

ในปีที่เริ่มวัด พนักงานที่อายุงานมากจะมีแนวโน้มพึงพอใจน้อยกว่าพนักงานที่อายุงานน้อย

ในปีสุดท้ายที่วัด พนักงานที่อายุงานมาก จะมีแนวโน้มพึงพอใจมากกว่าพนักงานอายุงานน้อย

```
> interact_plot(model=out1nn, pred=tenure0c, modx=time, modx.values=timeval)
```

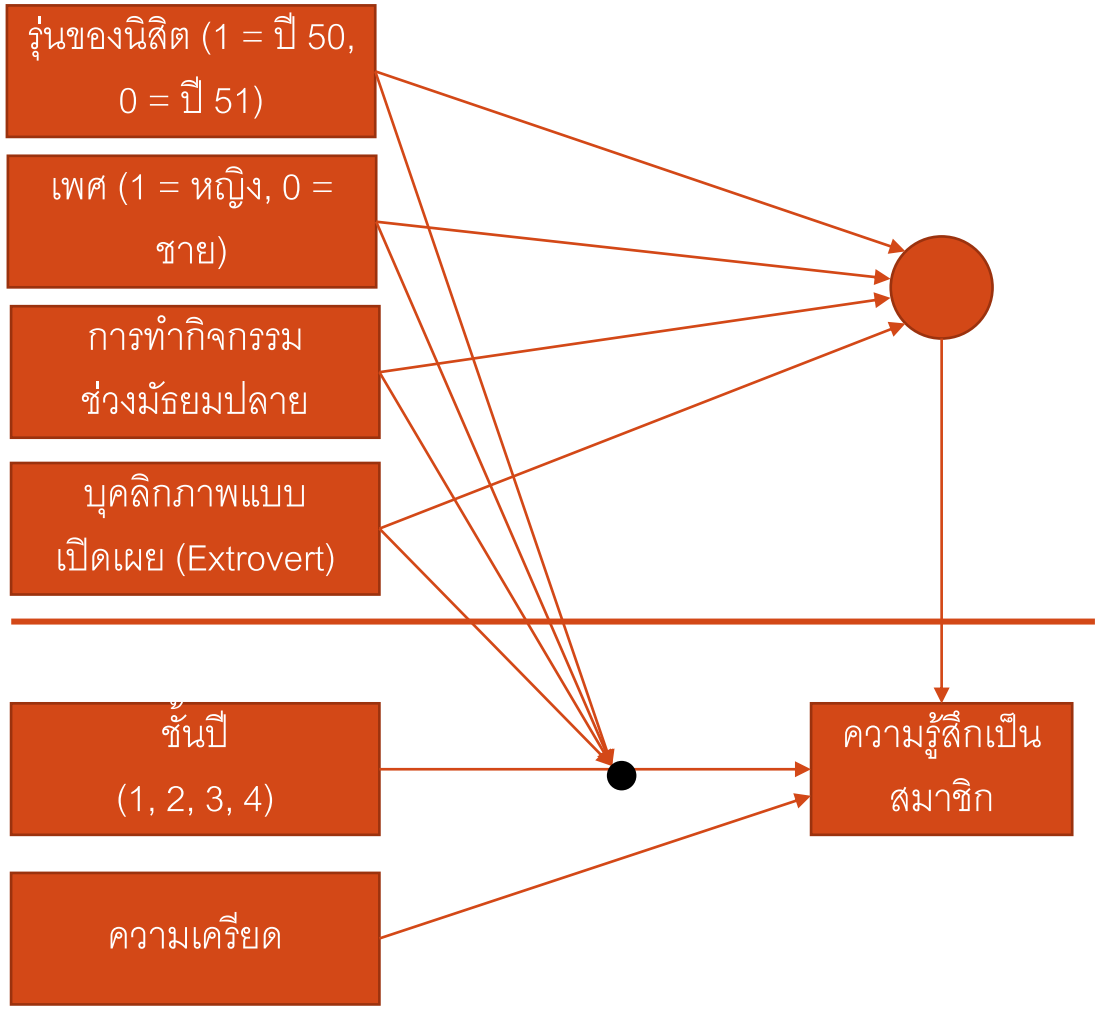


ในปีที่วัดปีแรก พนักงานที่อายุงานมากจะมีแนวโน้มพึงพอใจน้อยกว่าพนักงานที่อายุงานน้อย แต่ในปีสุดท้ายที่วัด พนักงานที่อายุงานมากจะมีแนวโน้มพึงพอใจมากกว่าพนักงานที่อายุงานน้อย

ตัวอย่างที่ 2 : การเปลี่ยนแปลงความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่ม

ทำนายความรู้สึกเป็นสมาชิกของนิสิตจากคณะแห่งหนึ่ง

เก็บข้อมูลจากนิสิต 850 คน เป็นนิสิตรุ่น 2550 ทั้งหมด 426 คน และนิสิตรุ่น 2551 จำนวน 424 คน เก็บข้อมูลระยะยาวตลอดเวลา 4 ปี



ตัวอย่างที่ 2 : การเปลี่ยนแปลงความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่ม

```
> dat2 <-read.table("lecture8ex2.csv", sep=",", header=TRUE)
> psych::describe(dat2)
        vars    n    mean     sd median trimmed     mad min  max range  skew kurtosis    se
rowid      1 3400 1700.50 981.64 1700.5 1700.50 1260.21   1 3400  3399  0.00    -1.20 16.83
pid        2 3400  425.50 245.41  425.5  425.50  315.05   1  850   849  0.00    -1.20  4.21
time       3 3400    2.50   1.12    2.5    2.50    1.48   1    4     3  0.00    -1.36  0.02
mem        4 3400   59.02  18.97   58.0   59.13   19.27  -1  113   114 -0.05    -0.32  0.33
stress     5 3400   50.27  13.63   50.0   50.26   13.34   3   99    96  0.02     0.10  0.23
cohort     6 3400    0.50   0.50    1.0    0.50    0.00   0    1     1  0.00    -2.00  0.01
female     7 3400    0.50   0.50    0.0    0.49    0.00   0    1     1  0.02    -2.00  0.01
act        8 3400   50.22  13.12   50.5   50.29   14.08   9   87    78 -0.06    -0.46  0.23
ext        9 3400   49.53   9.73   49.0   49.47    8.90  23   82    59  0.10     0.00  0.17
```

- ตัวแปรเวลา (`time`) เป็นตัวแปรที่แสดงถึงชั้นปีของนิสิต ณ เวลาดังกล่าว
- รุ่นของนิสิต (`cohort`) คือ รุ่นของนิสิตที่รายงานผล
- ดังนั้น การเก็บข้อมูลต้องใช้เวลา 5 ปี ถึงเก็บข้อมูลได้ครบ

รุ่น	ปี 2550	ปี 2551	ปี 2552	ปี 2553	ปี 2554
รุ่น 2550	1	2	3	4	
รุ่น 2551		1	2	3	4

ตัวอย่างที่ 2 : การเปลี่ยนแปลงความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่ม

```
> dat2 <-read.table("lecture8ex2.csv", sep=",", header=TRUE)
> psych::describe(dat2)
        vars    n    mean     sd median trimmed     mad min  max range  skew kurtosis    se
rowid      1 3400 1700.50 981.64 1700.5 1700.50 1260.21   1 3400  3399  0.00    -1.20 16.83
pid        2 3400  425.50 245.41  425.5  425.50  315.05   1  850   849  0.00    -1.20  4.21
time       3 3400    2.50   1.12    2.5    2.50    1.48   1    4     3  0.00    -1.36  0.02
mem        4 3400   59.02  18.97   58.0   59.13   19.27  -1  113   114 -0.05    -0.32  0.33
stress     5 3400   50.27  13.63   50.0   50.26   13.34   3   99    96  0.02     0.10  0.23
cohort     6 3400    0.50   0.50    1.0    0.50    0.00   0    1     1  0.00    -2.00  0.01
female     7 3400    0.50   0.50    0.0    0.49    0.00   0    1     1  0.02    -2.00  0.01
act        8 3400   50.22  13.12   50.5   50.29   14.08   9   87    78 -0.06    -0.46  0.23
ext        9 3400   49.53   9.73   49.0   49.47    8.90  23   82    59  0.10     0.00  0.17
```

- ตัวแปรควบคุมที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา (Time-varying covariate) คือตัวแปรที่ศึกษาที่อยู่ในระดับการวัดซ้ำ ในที่นี้คือตัวแปรความเครียด
- ตัวแปรควบคุมที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา (Time-invariant covariate) คือตัวแปรที่ศึกษาที่อยู่ในระดับบุคคล

ตัวแปรทั้งสองระดับ อาจมีปฏิสัมพันธ์กับตัวแปรเวลาได้

โมเดลว่าง

```
> out2a <- lmer(mem ~ 1 + (1|pid), data=dat2, REML=FALSE)
> summary(out2a)
Linear mixed model fit by maximum likelihood  ['lmerMod']
Formula: mem ~ 1 + (1 | pid)
   Data: dat2

     AIC      BIC   logLik deviance df.resid
 27524.0  27542.4 -13759.0  27518.0     3397

Scaled residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-3.3921 -0.5104 -0.0082  0.5316  3.8758

Random effects:
 Groups   Name        Variance Std.Dev.
 pid      (Intercept) 253.5    15.92
 Residual             106.4    10.31
Number of obs: 3400, groups:  pid, 850

Fixed effects:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)   59.015      0.574   102.8
```

ความแปรปรวนระดับบุคคล = 253.5

ความแปรปรวนระดับการวัดซ้ำภายในบุคคล = 106.4

ICC = 253.5 / (253.5 + 106.4) = .704

ค่าเฉลี่ยของความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มระหว่างทุกคนทุกเวลา = 59.02 คะแนน

เนื่องจากตัวแปรเวลา เป็นชั้นปี ซึ่งไล่ตั้งแต่ปี 1 ไปจนปี 4 ยังไม่มีค่าศูนย์ ทำให้ต้องแปลงตัวแปรเวลา เพื่อให้จุดตัดแกน Y มีความหมาย

วิธีการที่ง่ายที่สุด คือ เปลี่ยนให้ค่า 0 หมายถึงคะแนนในชั้นปีที่ 1

ชั้นปี	ตัวแปรเวลา
1	0
2	1
3	2
4	3

```
> dat2$timec <- dat2$time - 1
```

เนื่องจากตัวแปรเวลา เป็นชั้นปี ซึ่งไล่ตั้งแต่ปี 1 ไปจนปี 4 ยังไม่มีค่าศูนย์ ทำให้ต้องแปลงตัวแปรเวลา เพื่อให้จุดตัดแกน Y มีความหมาย

ในตัวอย่างนี้ สามารถให้เวลาแทนปีตามปฏิทินได้ โดยให้ปี 2552 เป็นจุดตัดแกน Y

รุ่น	ชั้นปี	ปีปฏิทิน	ตัวแปรเวลา
2550	1	2550	-2
2550	2	2551	-1
2550	3	2552	0
2550	4	2553	1
2551	1	2551	-1
2551	2	2552	0
2551	3	2553	1
2551	4	2554	2

```
> dat2$timec <- dat2$time - 1
> dat2$calyear <- dat2$time - 3
> dat2[dat2$cohort == 0, "calyear"] <- dat2[dat2$cohort == 0, "calyear"] + 1
```

`cohort = 0` คือนิสิตในรุ่น 2551 แต่ `cohort = 1` คือนิสิตในรุ่น 2550

ใส่ตัวแปรเวลาที่แทนชั้นปี โดยอัตราการเปลี่ยนแปลงเชิงเส้นตรง ยังไม่เปลี่ยนตามบุคคล

```
> out2b <- lmer(mem ~ 1 + timec + (1|pid), data=dat2, REML=FALSE)
> summary(out2b)
Linear mixed model fit by maximum likelihood  ['lmerMod']
Formula: mem ~ 1 + timec + (1 | pid)
   Data: dat2

     AIC      BIC   logLik deviance df.resid
 27366.3  27390.8 -13679.1  27358.3     3396

Scaled residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-3.7910 -0.5418 -0.0133  0.5594  3.7069

Random effects:
 Groups   Name        Variance Std.Dev.
 pid      (Intercept) 255.11   15.972
 Residual              99.93    9.996
Number of obs: 3400, groups:  pid, 850

Fixed effects:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)  61.9679     0.6184  100.21
timec        -1.9686     0.1533  -12.84
```

ความแปรปรวนระดับบุคคล = 255.11

ความแปรปรวนระดับการวัดซ้ำภายในบุคคลคงเหลือ = 99.33

ค่าเฉลี่ยของความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มเมื่อเริ่มวัด = 61.97 คะแนน

ความรู้สึกเป็นสมาชิกลดลงทุกปี ปีละ 1.97 คะแนน ซึ่งลดลงอย่างมีนัยสำคัญ

ใส่ตัวแปรเวลาที่แทนปีปฏิทิน โดยอัตราการเปลี่ยนแปลงเชิงเส้นตรง ยังไม่เปลี่ยนตามบุคคล

```
> out2b1 <- lmer(mem ~ 1 + calyear + (1|pid), data=dat2, REML=FALSE)
> summary(out2b1)
Linear mixed model fit by maximum likelihood  ['lmerMod']
Formula: mem ~ 1 + calyear + (1 | pid)
   Data: dat2

     AIC      BIC   logLik deviance df.resid
 27331.7  27356.3 -13661.9  27323.7     3396

Scaled residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-3.8101 -0.5480 -0.0108  0.5635  3.6866

Random effects:
 Groups   Name        Variance Std.Dev.
 pid      (Intercept) 243.51   15.605
 Residual              99.98    9.999
Number of obs: 3400, groups:  pid, 850

Fixed effects:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)   59.013      0.562  105.00
calyear       -2.149      0.152  -14.14
```

ความแปรปรวนระดับบุคคล = 243.51

ความแปรปรวนระดับการวัดซ้ำภายในบุคคลคงเหลือ = 99.98

ค่าเฉลี่ยของความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มในปี 2552 = 243.51 คะแนน

ความรู้สึกเป็นสมาชิกลดลงทุกปี ปีละ 2.15 คะแนน ซึ่งลดลงอย่างมีนัยสำคัญ

เลือกตัวแปรเวลาอย่างไรถึงจะเหมาะสม

หากท่านต้องการติดตามพัฒนาการของนิสิตแต่ละบุคคล ว่าอยู่ในมหาวิทยาลัยแล้ว มีการเปลี่ยนแปลงตลอดช่วง 4 ปีอย่างไร ควรนำชั้นปีเป็นตัวแปรเวลา

หากท่านต้องการติดตามการเปลี่ยนแปลงของความรู้สึกการเป็นสมาชิกของนิสิตมหาวิทยาลัยในแต่ละช่วงปีปฏิทิน ก็ควรใช้ปีปฏิทินเป็นตัวแปรเวลา

ดังนั้น ขึ้นอยู่กับคำถามผู้วิจัย หรือทฤษฎีที่ผู้วิจัยต้องการจะตรวจสอบ ในตัวอย่างนี้ขอเลือกชั้นปีเป็นตัวแปร เนื่องจากสนใจความเปลี่ยนแปลงภายในนิสิตแต่ละคน

ทดสอบการเปลี่ยนแปลงเชิงเส้นโค้ง

```
> out2c <- lmer(mem ~ 1 + time + I(time^2) + (1|pid), data=dat2, REML=FALSE)
> summary(out2c)
Linear mixed model fit by maximum likelihood  ['lmerMod']
Formula: mem ~ 1 + time + I(time^2) + (1 | pid)
   Data: dat2

     AIC      BIC   logLik deviance df.resid
 27367.4  27398.0 -13678.7  27357.4     3395

Scaled residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-3.8079 -0.5372 -0.0080  0.5689  3.6912

Random effects:
 Groups   Name        Variance Std.Dev.
 pid      (Intercept) 255.12   15.973
 Residual              99.89    9.994
Number of obs: 3400, groups:  pid, 850

Fixed effects:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)  64.7526     1.1004  58.844
time         -2.7848     0.8706  -3.199
I(time^2)     0.1632     0.1714   0.952
```

ความแปรปรวนระดับบุคคล = 255.12

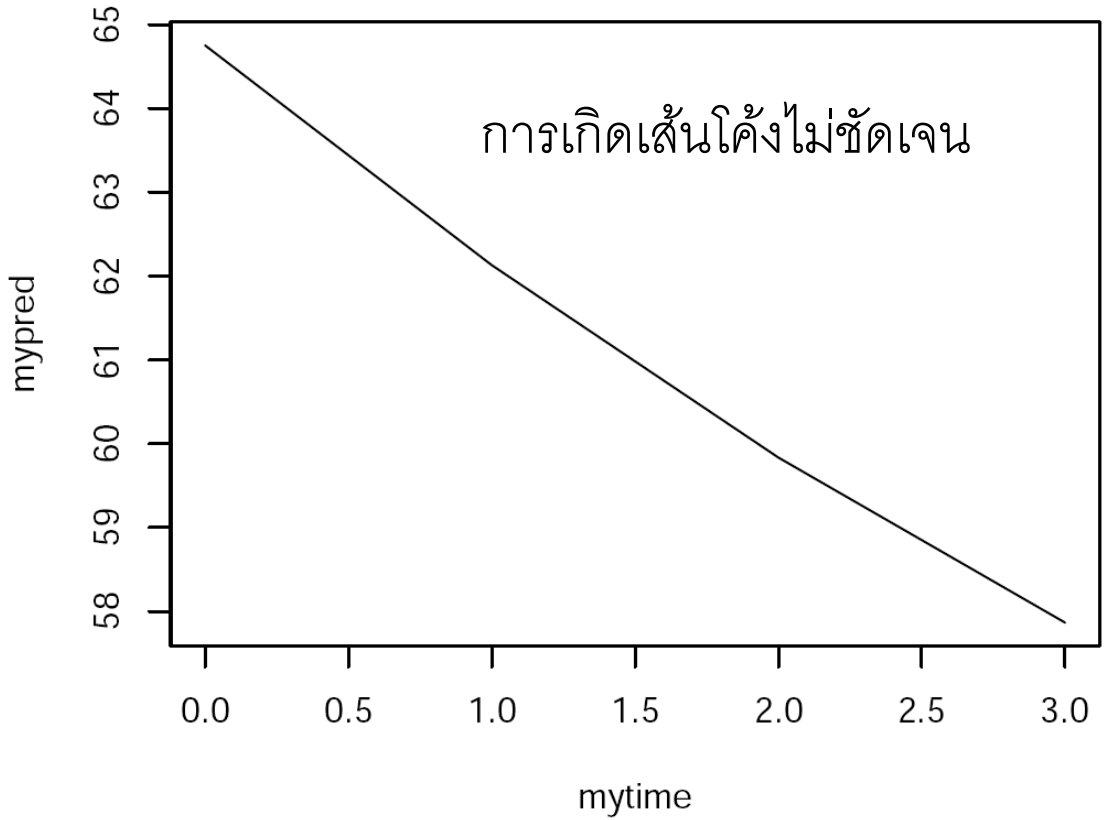
ความแปรปรวนระดับการวัดซ้ำภายในบุคคลคงเหลือ = 99.89

ค่าเฉลี่ยของความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มเมื่อเริ่มวัด = 64.75 คะแนน

ความรู้สึกเป็นสมาชิกลดลงในปีแรก 2.78 คะแนน ซึ่งลดลงอย่างมีนัยสำคัญ

อัตราการลดลงของความรู้สึกเป็นสมาชิก ตกลงปีละ 0.16 คะแนนต่อปี ซึ่งไม่ถึงระดับนัยสำคัญ

```
> mytime <- 0:3
> mypred <- 64.7526 - 2.7848*mytime + 0.1632*mytime^2
> plot(mytime, mypred, type="l")
```



เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงเชิงเส้นโค้งไม่ถึงระดับนัยสำคัญ จึงนำออกจากสมการ

ทดสอบการเปลี่ยนแปลงเชิงเส้นตรง ว่าแตกต่างกันระหว่างบุคคลหรือไม่

```
> out2d <- lmer(mem ~ 1 + timec + (1 + timec|pid), data=dat2, REML=FALSE)
> anova(out2b, out2d)
Data: dat2
Models:
out2b: mem ~ 1 + timec + (1 | pid)
out2d: mem ~ 1 + timec + (1 + timec | pid)
      Df   AIC   BIC logLik deviance  Chisq Chi Df Pr(>Chisq)
out2b  4 27366 27391 -13679    27358
out2d  6 26440 26477 -13214    26428 930.34      2  < 2.2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

อัตราการเติบโตแตกต่างกันระหว่างบุคคลอย่างมีนัยสำคัญ

```
> summary(out2d)
Linear mixed model fit by maximum likelihood  ['lmerMod']
Formula: mem ~ 1 + timec + (1 + timec | pid)
   Data: dat2

     AIC      BIC   logLik deviance df.resid
 26439.9  26476.7 -13214.0  26427.9     3394

Scaled residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-3.1630 -0.4818 -0.0089  0.5045  2.7987

Random effects:
 Groups   Name        Variance Std.Dev. Corr
 pid      (Intercept) 223.11   14.937
          timec        34.41    5.866  -0.12
 Residual              42.57    6.525
Number of obs: 3400, groups:  pid, 850

Fixed effects:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)  61.9679     0.5455  113.61
timec        -1.9686     0.2247   -8.76
```

$$\text{Var}(e_{ij}) = 42.57$$

$$\text{Var}(u_{0j}) = 223.11$$

$$\text{Var}(u_{1j}) = 34.41$$

$$\rho(u_{0j}, u_{1j}) = -.12$$

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j} T_{ij} + e_{ij}$$

$$\pi_{0j} = 61.97 + u_{0j}$$

$$\pi_{1j} = -1.97 + u_{1j}$$

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j}T_{ij} + e_{ij} \qquad \mathrm{Var}(e_{ij}) = 42.57$$

$$\pi_{0j} = 61.97 + u_{0j} \qquad \mathrm{Var}(u_{0j}) = 223.11$$

$$\pi_{1j} = -1.97 + u_{1j} \qquad \mathrm{Var}(u_{1j}) = 34.41 \qquad \rho(u_{0j}, u_{1j}) = -.12$$

ค่าเฉลี่ยของความรู้สึกการเป็นสมาชิกกลุ่มในปีที่ 1 = 61.97 คะแนน

ความรู้สึกการเป็นสมาชิกกลุ่มเฉลี่ยลดลงทุกปี ปีละ 1.97 คะแนน

ความแปรปรวนระดับการวัดซ้ำภายในบุคคลคงเหลือ = 42.57

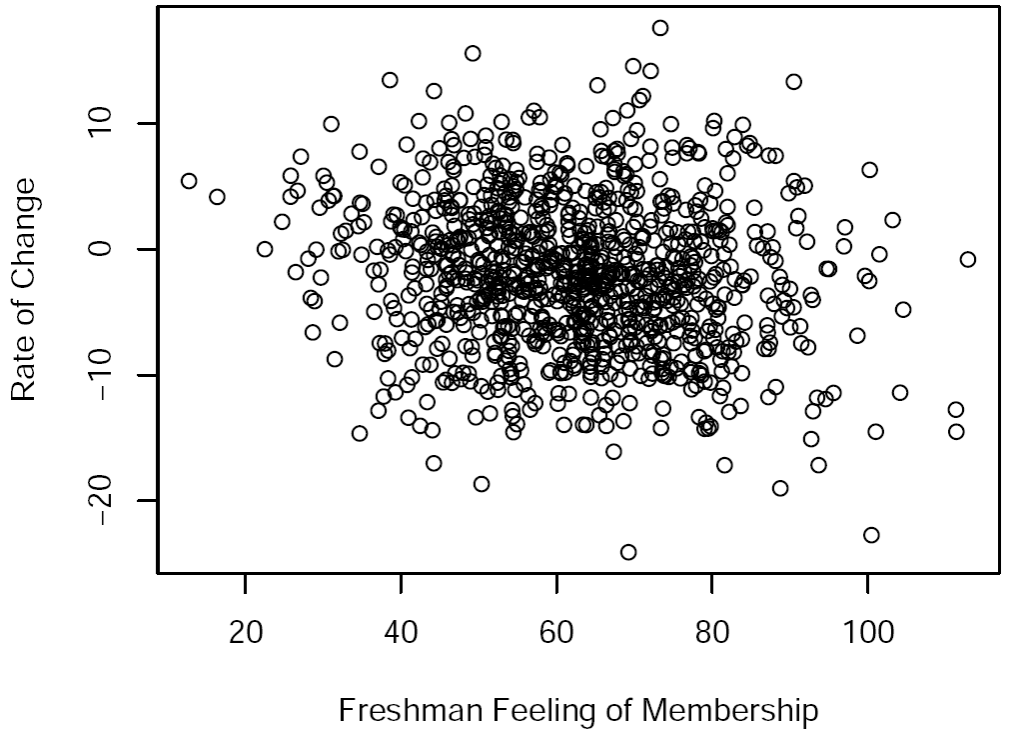
ความแปรปรวนระดับบุคคลคงเหลือ = 223.11 กล่าวคือ ช่วงเชื่อมั่น 95% ของความรู้สึกการเป็นสมาชิกกลุ่มเมื่อเริ่มเก็บข้อมูล คือ $61.97 \pm 1.96 \cdot \sqrt{223.11} = (32.69, 91.25)$

ความแปรปรวนระดับของอัตราการเปลี่ยนแปลง = 34.41 กล่าวคือ ช่วงเชื่อมั่น 95% ของการเปลี่ยนแปลงเชิงเส้นตรงความรู้สึกการเป็นสมาชิกกลุ่มคือ $-1.97 \pm 1.96 \cdot \sqrt{34.41} = (-13.47, 9.53)$

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j}T_{ij} + e_{ij} \qquad \mathrm{Var}(e_{ij}) = 42.57$$

$$\pi_{0j} = 61.97 + u_{0j} \qquad \mathrm{Var}(u_{0j}) = 223.11$$

$$\pi_{1j} = -1.97 + u_{1j} \qquad \mathrm{Var}(u_{1j}) = 34.41 \qquad \rho(u_{0j}, u_{1j}) = -.12$$



$$\rho(u_{0j}, u_{1j}) = -.12$$

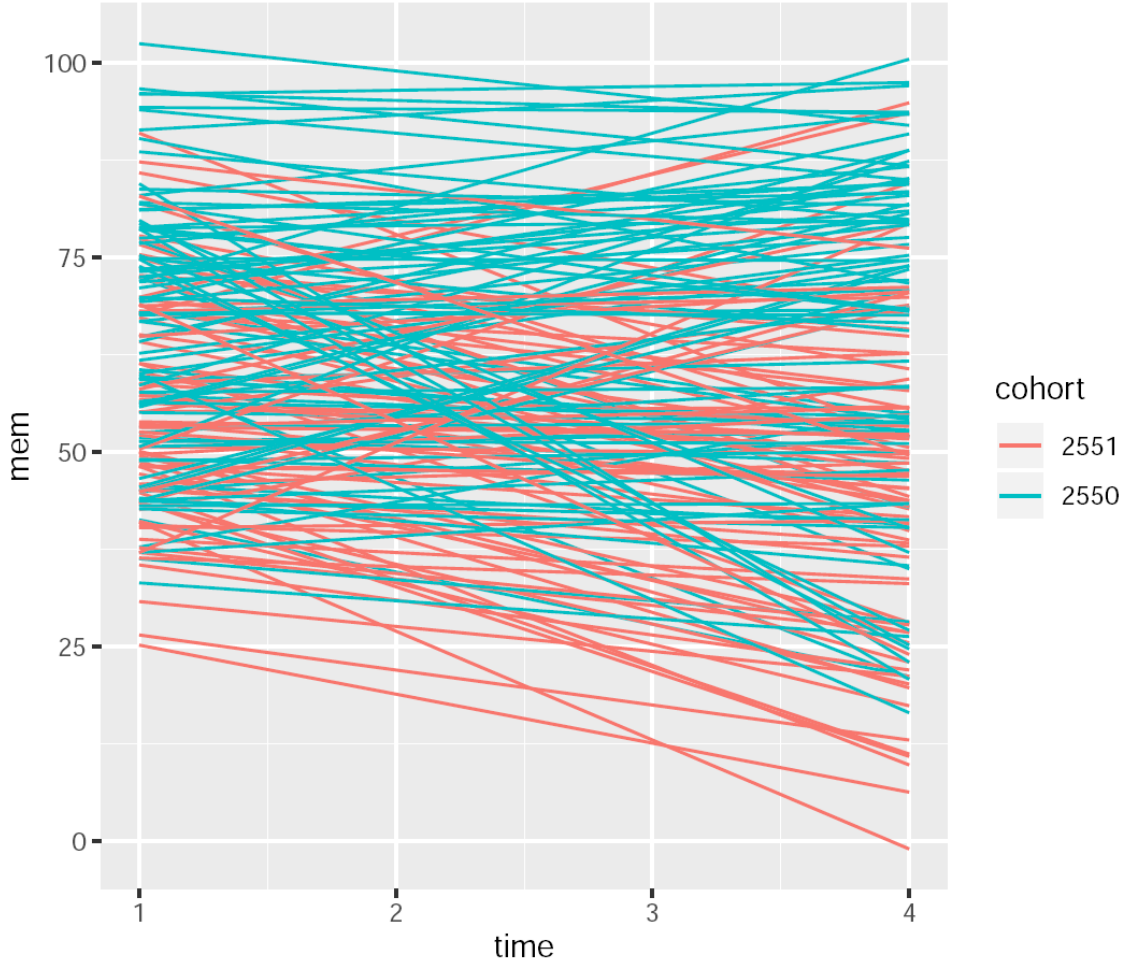
เอาข้อมูลบางกลุ่มออก เพื่อให้จำนวนเส้นในรูปไม่มากเกินไป

```
> dat2_2 <- dat2[dat2$pid%%5 == 0,]
> library(ggplot2)
> dat2$cohort <- factor(dat2$cohort, labels=c("2551", "2550"))
> ggplot(dat2_2, aes(x=time, y=mem, group=pid, colour=cohort)) + geom_smooth(method=lm, se=FALSE, size=0.5)
```

เปลี่ยน cohort ให้อยู่ในรูปของ factor

ใช้คำสั่งเพื่อสร้างสมการถดถอยของชั้นปี และความรู้สึกการเป็นสมาชิกกลุ่ม

จะเห็นว่านิสิตรุ่น 2550 มีแนวโน้มความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มมากขึ้น แต่นิสิตรุ่น 2551 มีแนวโน้มความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มน้อยลง

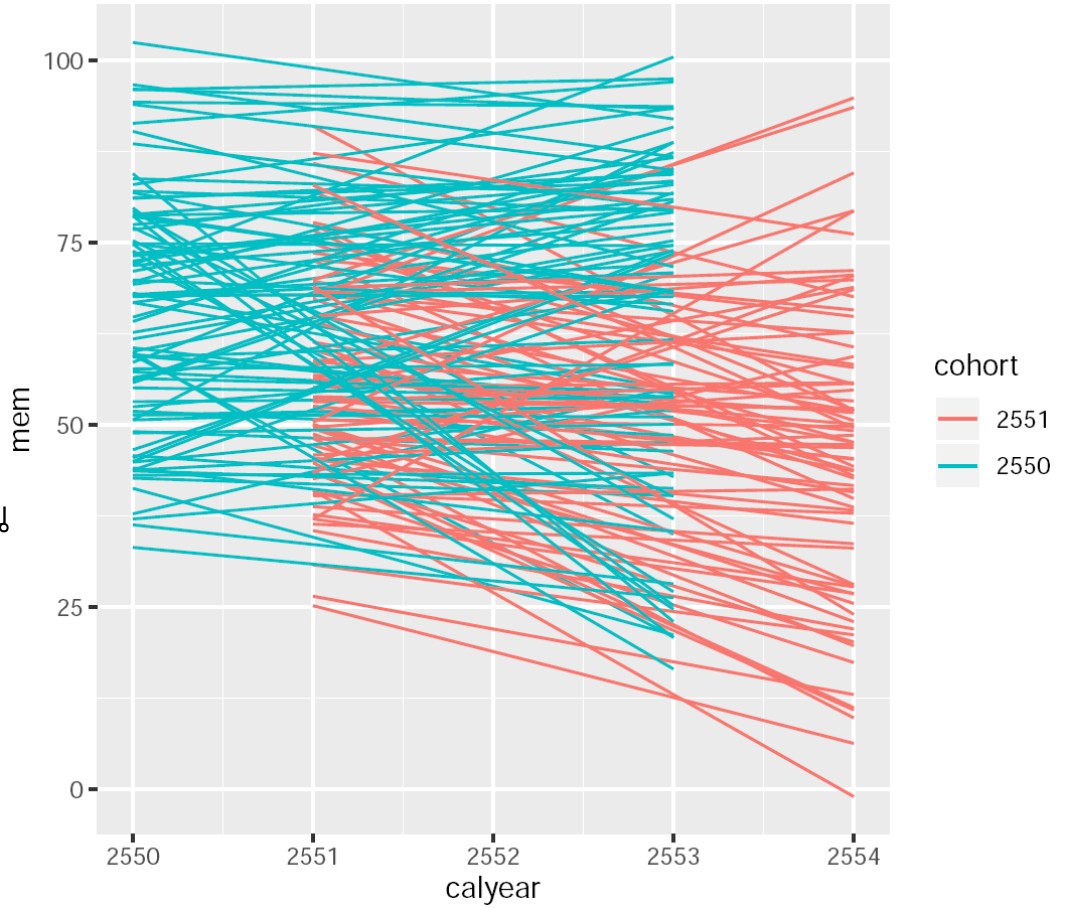


เอาข้อมูลบางกลุ่มออก เพื่อให้จำนวนเส้นในรูปไม่มากเกินไป

```
> dat2_2 <- dat2[dat2$pid%%5 == 0,]
> library(ggplot2)
> dat2_2$cohort <- factor(dat2_2$cohort, labels=c("2551", "2550"))
> dat2_2$calyear <- dat2_2$calyear + 2552
> ggplot(dat2_2, aes(x=calyear, y=mem, group=pid, colour=cohort)) + geom_smooth(method=lm, se=FALSE, size=0.5)
```

ใช้คำสั่งเพื่อสร้างสมการถดถอยของปีปฏิทินและความรู้สึกการเป็นสมาชิกกลุ่ม

ดูจากภาพนี้จะเห็นชัดว่า รุ่น 2550 จะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มสูงกว่า รุ่น 2551 ในปี 2551 นอกจากนี้จะเห็นเส้นพัฒนาการของทั้งสองรุ่น ว่าในตอนปี 4 ความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มจะแตกต่างกันภายในรุ่นมากขึ้น



ใส่ตัวแปรควบคุมที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา

```
> dat2$avestress <- ave(dat2$stress, dat2$pid)
> dat2$diffstress <- dat2$stress - dat2$avestress
> out2e <- lmer(mem ~ 1 + timec + diffstress + avestress + (1 + timec|pid), data=dat2, REML=FALSE)
> summary(out2e)
Linear mixed model fit by maximum likelihood  ['lmerMod']
Formula: mem ~ 1 + timec + diffstress + avestress + (1 + timec | pid)
   Data: dat2

     AIC      BIC   logLik deviance df.resid
 25552.9  25602.0 -12768.5  25536.9     3392

Scaled residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-3.10411 -0.48077  0.00681  0.49606  2.61723

Random effects:
 Groups   Name        Variance Std.Dev. Corr
 pid      (Intercept) 234.68   15.319
          timec        35.29    5.941   -0.15
 Residual              25.92    5.091
Number of obs: 3400, groups:  pid, 850

Fixed effects:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept) 56.78964    2.57725  22.035
timec       -1.88457    0.21823  -8.636
diffstress   0.40878    0.01212  33.730 sig
avestress    0.10050    0.05011   2.006 sig
```

ภายในบุคคลหนึ่ง หากความเครียดเพิ่มขึ้น 1 หน่วย จะส่งผลให้ความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มเพิ่มขึ้น 0.41 หน่วย ซึ่งถึงระดับนัยสำคัญ

คนที่มีความเครียดเฉลี่ยตลอดทุกช่วงเวลาเพิ่มขึ้น 1 หน่วย จะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มในปีที่ 1 เพิ่มขึ้น 0.10 หน่วย ซึ่งถึงระดับนัยสำคัญ

เมื่อทดลองนำตัวแปร `diffstress` ให้เป็นอิทธิพลสุ่ม (อิทธิพลภายในบุคคลแตกต่างกัน) แล้วพบว่าไม่สามารถประมาณค่าได้ (Nonconvergent) จึงไม่ใส่ความชันแบบสุ่ม

เพื่อการแปลความหมายได้ถูกต้อง ต้องย้ายศูนย์กลางของตัวแปรทั้งหมดไปที่ค่าเฉลี่ยรวม
(ยกเว้นตัวแปรที่ถูกย้ายศูนย์กลางไปที่ค่าเฉลี่ยกลุ่มแล้ว)

```
> dat2a <- dat2[!duplicated(dat2$pid),]
> apply(dat2a, 2, mean)
```

ตัดแถวที่มีค่า ID ระดับบุคคลซ้ำออก

หาค่าเฉลี่ยของแต่ละตัวแปร

rowid	pid	time	mem	stress	cohort	female	act
1699.0000000	425.5000000	1.0000000	62.0823529	50.4729412	0.5011765	0.4952941	50.2188235

ext	timec	calyear	avestress	diffstress
49.5341176	0.0000000	-1.5011765	50.2685294	0.2044118

เอาค่าเหล่านี้ไปหักออกจากตัวแปรในคำสั่ง `lmer` เพื่อย้ายศูนย์กลางไปที่ค่าเฉลี่ยรวม

ใส่ตัวแปรควบคุมที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา

```
> out2g <- lmer(mem ~ 1 + timec + diffstress + I(avestress - 50.473)
+               + I(cohort - 0.501) + I(female - 0.495)
+               + I(act - 50.219) + I(ext - 49.534)
+               + (1 + timec|pid), data=dat2, REML=FALSE)
> summary(out2g)
Linear mixed model fit by maximum likelihood  ['lmerMod']
Formula: mem ~ 1 + timec + diffstress + I(avestress - 50.473) + I(coh
    0.501) + I(female - 0.495) + I(act - 50.219) + I(ext - 49.534) +
   Data: dat2

     AIC      BIC   logLik deviance df.resid
 25225.2  25298.8 -12600.6  25201.2     3388

Scaled residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-3.13560 -0.48412  0.00767  0.48968  2.65652

Random effects:
 Groups   Name        Variance Std.Dev. Corr
 pid      (Intercept) 226.73   15.058
          timec        35.30    5.941   -0.56
 Residual              25.91    5.091
Number of obs: 3400, groups:  pid, 850

Fixed effects:
                    Estimate Std. Error t value
(Intercept)          61.86305    0.53681 115.242
timec                -1.88397    0.21824  -8.632
diffstress            0.41171    0.01218  33.815
I(avestress - 50.473) 0.11013    0.04118   2.675
I(cohort - 0.501)     0.38346    1.08786   0.352
I(female - 0.495)     1.73496    0.89134   1.946
I(act - 50.219)       0.81817    0.04605  17.768
I(ext - 49.534)      -0.11612    0.05279  -2.200
```

$$Var(e_{ij}) = 25.91$$
$$Var(u_{0j}) = 226.73$$
$$Var(u_{1j}) = 35.30$$
$$\rho(u_{0j}, u_{1j}) = -.56$$

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j}T_{ij} + \pi_{2j}(X_{1ij} - \bar{X}_{1.j}) + e_{ij}$$

$$\pi_{0j} = 61.86 + 0.38(W_{1j} - \bar{W}_1) + 1.73(W_{2j} - \bar{W}_2) + 0.82(W_{3j} - \bar{W}_3)$$
$$-0.12(W_{4j} - \bar{W}_4) + 0.11(\bar{X}_{1.j} - \bar{X}_{1..}) + u_{0j}$$

$$\pi_{1j} = -1.88 + u_{1j}$$

$$\pi_{2j} = 0.41$$

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j}T_{ij} + \pi_{2j}(X_{1ij} - \bar{X}_{1.j}) + e_{ij}$$

$$\pi_{0j} = 61.86 + 0.38(W_{1j} - \bar{W}_1) + 1.73(W_{2j} - \bar{W}_2) + 0.82(W_{3j} - \bar{W}_3)$$
$$-0.12(W_{4j} - \bar{W}_4) + 0.11(\bar{X}_{1.j} - \bar{X}_{1..}) + u_{0j}$$

$$\pi_{1j} = -1.88 + u_{1j} \qquad \pi_{2j} = 0.41$$

เมื่อความเครียดเท่ากับค่าเฉลี่ย ถัวเฉลี่ยรุ่น ถัวเฉลี่ยเพศ การทำกิจกรรมตอนมัธยมเท่ากับค่าเฉลี่ย บุคลิกภาพแบบเปิดตัวเท่ากับค่าเฉลี่ย นิสิตจะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มในปี 1 เท่ากับ 61.86 แต้ม

หากเปรียบเทียบระหว่างนิสิตสองคนที่มีความเครียดโดยเฉลี่ยแตกต่างกัน 1 แต้ม ควบคุมตัวแปรระดับนิสิตอื่นให้คงที่แล้ว นิสิตที่มีความเครียดมากกว่าจะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มในปี 1 มากกว่า 0.11 แต้ม

นิสิตรุ่น 2550 จะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มในปี 1 สูงกว่านิสิตรุ่น 2551 อยู่ 0.38 แต้ม เมื่อควบคุมตัวแปรระดับนิสิตอื่นให้คงที่ แต่ผลความแตกต่างนี้ไม่ถึงระดับนัยสำคัญ

นิสิตเพศหญิงจะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มในปี 1 สูงกว่านิสิตเพศชาย อยู่ 1.73 แต้ม เมื่อควบคุมตัวแปรระดับนิสิตอื่นให้คงที่ แต่ผลความแตกต่างนี้ไม่ถึงระดับนัยสำคัญ

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j}T_{ij} + \pi_{2j}(X_{1ij} - \bar{X}_{1.j}) + e_{ij}$$

$$\pi_{0j} = 61.86 + 0.38(W_{1j} - \bar{W}_1) + 1.73(W_{2j} - \bar{W}_2) + 0.82(W_{3j} - \bar{W}_3)$$
$$-0.12(W_{4j} - \bar{W}_4) + 0.11(\bar{X}_{1.j} - \bar{X}_{1..}) + u_{0j}$$

$$\pi_{1j} = -1.88 + u_{1j} \qquad \pi_{2j} = 0.41$$

หากนิสิตทำกิจกรรมในสมัยมัธยมปลายเพิ่มขึ้น 1 แต้ม ควบคุมตัวแปรระดับนิสิตอื่นให้คงที่แล้ว นิสิตจะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มในปี 1 เพิ่มขึ้น 0.82 แต้ม

หากนิสิตมีบุคลิกภาพแบบเปิดตัวเพิ่มขึ้น 1 แต้ม ควบคุมตัวแปรระดับนิสิตอื่นให้คงที่แล้ว นิสิตจะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มในปี 1 ลดลง 0.12 แต้ม

ความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มโดยเฉลี่ยลงลง 1.88 แต้มต่อปี แต่การเปลี่ยนแปลงนี้แตกต่างกันระหว่างบุคคล

ภายในนิสิตคนเดียวกัน ประเมินในปีเดียวกัน หากนิสิตมีความเครียดเพิ่มขึ้น 1 แต้ม จะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มเพิ่มขึ้น 0.41 แต้ม

```
> out2h <- lmer(mem ~ 1 + time + diffstress + time*I(avestress - 50.473)
+               + time*I(cohort - 0.501) + time*I(female - 0.495)
+               + time*I(act - 50.219) + time*I(ext - 49.534)
+               + (1 + time|pid), data=dat2, REML=FALSE)
> summary(out2h)
Linear mixed model fit by maximum likelihood  ['lmerMod']
```

หาปฏิสัมพันธ์ระหว่างระดับ

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j}T_{ij} + \pi_{2j}(X_{1ij} - \bar{X}_{1.j}) + e_{ij}$$

$$\pi_{0j} = 63.74 + 5.61(W_{1j} - \bar{W}_1) + 3.32(W_{2j} - \bar{W}_2) - 0.06(W_{3j} - \bar{W}_3) + 0.40(W_{4j} - \bar{W}_4) + 0.09(\bar{X}_{1.j} - \bar{X}_{1..}) + u_{0j}$$

$$\pi_{1j} = -1.88 - 2.15(W_{1j} - \bar{W}_1) - 0.65(W_{2j} - \bar{W}_2) + 0.36(W_{3j} - \bar{W}_3) - 0.21(W_{4j} - \bar{W}_4) + 0.01(\bar{X}_{1.j} - \bar{X}_{1..}) + u_{1j}$$

$$\pi_{2j} = 0.41$$

$$Var(e_{ij}) = 25.92, Var(u_{0j}) = 278.57, Var(u_{1j}) = 21.15 \qquad \rho(u_{0j}, u_{1j}) = -.66$$

```
 Groups   Name        Variance Std.Dev. Corr
 pid      (Intercept) 278.57   16.690
          time         21.15    4.598  -0.66
 Residual              25.92    5.091
Number of obs: 3400, groups:  pid, 850

Fixed effects:
                              Estimate Std. Error t value
(Intercept)                 63.743946   0.611263 104.282
time                        -1.882677   0.176048 -10.694
diffstress                   0.407742   0.011986  34.018
I(avestress - 50.473)        0.092957   0.057545   1.615
I(cohort - 0.501)            5.608015   1.520444   3.688
I(female - 0.495)            3.320187   1.245698   2.665
I(act - 50.219)             -0.063904   0.064355  -0.993
I(ext - 49.534)              0.395556   0.073779   5.361
time:I(avestress - 50.473)   0.007077   0.016573   0.427
time:I(cohort - 0.501)      -2.153463   0.437906  -4.918
time:I(female - 0.495)      -0.653397   0.358754  -1.821
time:I(act - 50.219)         0.363560   0.018534  19.616
time:I(ext - 49.534)        -0.210898   0.021248  -9.926
```

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j}T_{ij} + \pi_{2j}(X_{1ij} - \bar{X}_{1.j}) + e_{ij}$$

$$\pi_{0j} = 63.74 + 5.61(W_{1j} - \bar{W}_1) + 3.32(W_{2j} - \bar{W}_2) - 0.06(W_{3j} - \bar{W}_3) + 0.40(W_{4j} - \bar{W}_4) + 0.09(\bar{X}_{1.j} - \bar{X}_{1..}) + u_{0j}$$

$$\pi_{1j} = -1.88 - 2.15(W_{1j} - \bar{W}_1) - 0.65(W_{2j} - \bar{W}_2) + 0.36(W_{3j} - \bar{W}_3) - 0.21(W_{4j} - \bar{W}_4) + 0.01(\bar{X}_{1.j} - \bar{X}_{1..}) + u_{1j}$$

$$\pi_{2j} = 0.41$$

$$Var(e_{ij}) = 25.92, Var(u_{0j}) = 278.57, Var(u_{1j}) = 21.15 \qquad \rho(u_{0j}, u_{1j}) = -.66$$

เมื่อความเครียดเท่ากับค่าเฉลี่ย ถัวเฉลี่ยรุ่น ถัวเฉลี่ยเพศ การทำกิจกรรมตอนมัธยมเท่ากับค่าเฉลี่ย บุคลิกภาพแบบเปิดตัวเท่ากับค่าเฉลี่ย นิสิตจะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มในปี 1 เท่ากับ 63.74 แต้ม

หากเปรียบเทียบระหว่างนิสิตสองคนที่มีความเครียดโดยเฉลี่ยแตกต่างกัน 1 แต้ม เมื่อตัวแปรอื่นมีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยรวม นิสิตที่มีความเครียดมากกว่าจะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มในปี 1 มากกว่า 0.09 แต้ม

นิสิตรุ่น 2550 จะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มในปี 1 สูงกว่านิสิตรุ่น 2551 อยู่ 5.61 แต้ม เมื่อตัวแปรอื่นมีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยรวม แต่ผลความแตกต่างนี้ไม่ถึงระดับนัยสำคัญ

นิสิตเพศหญิงจะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มในปี 1 สูงกว่านิสิตเพศชาย อยู่ 3.32 แต้ม เมื่อตัวแปรอื่นมีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยรวม แต่ผลความแตกต่างนี้ไม่ถึงระดับนัยสำคัญ

หากนิสิตทำกิจกรรมในสมัยมัธยมปลายเพิ่มขึ้น 1 แต้ม เมื่อตัวแปรอื่นมีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยรวม นิสิตจะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มในปี 1 ลดลง 0.06 แต้ม

หากนิสิตมีบุคลิกภาพแบบเปิดตัวเพิ่มขึ้น 1 แต้ม เมื่อตัวแปรอื่นมีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยรวม นิสิตจะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มในปี 1 เพิ่มขึ้น 0.21 แต้ม

แปลความหมายคล้ายกับโมเดลที่แล้ว แค่เปลี่ยนจากควบคุมตัวแปรอื่นให้คงที่เป็นเมื่อตัวแปรอื่นมีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยรวม

ภายในนิสิตคนเดียวกัน ปีเดียวกัน หากนิสิตมีความเครียดเพิ่มขึ้น 1 แต้ม จะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มเพิ่มขึ้น 0.41 แต้ม

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j}T_{ij} + \pi_{2j}(X_{1ij} - \bar{X}_{1.j}) + e_{ij}$$

$$\pi_{0j} = 63.74 + 5.61(W_{1j} - \bar{W}_1) + 3.32(W_{2j} - \bar{W}_2) - 0.06(W_{3j} - \bar{W}_3) + 0.40(W_{4j} - \bar{W}_4) + 0.09(\bar{X}_{1.j} - \bar{X}_{1..}) + u_{0j}$$

$$\pi_{1j} = -1.88 - 2.15(W_{1j} - \bar{W}_1) - 0.65(W_{2j} - \bar{W}_2) + 0.36(W_{3j} - \bar{W}_3) - 0.21(W_{4j} - \bar{W}_4) + 0.01(\bar{X}_{1.j} - \bar{X}_{1..}) + u_{1j}$$

$$\pi_{2j} = 0.41$$

$$Var(e_{ij}) = 25.92, Var(u_{0j}) = 278.57, Var(u_{1j}) = 21.15 \qquad \rho(u_{0j}, u_{1j}) = -.66$$

เมื่อความเครียดเท่ากับค่าเฉลี่ย ถัวเฉลี่ยรุ่น ถัวเฉลี่ยเพศ การทำกิจกรรมตอนมัธยมเท่ากับค่าเฉลี่ย บุคลิกภาพแบบเปิดตัวเท่ากับค่าเฉลี่ย นิสิตจะมีการเปลี่ยนแปลงของความรู้สึกการเป็นสมาชิกกลุ่มเชิงเส้นลดลง 1.88 แต้มต่อปี

หากเปรียบเทียบระหว่างนิสิตสองคนที่มีความเครียดโดยเฉลี่ยแตกต่างกัน 1 แต้ม ควบคุมตัวแปรระดับนิสิตอื่นให้คงที่แล้ว อัตราการเปลี่ยนแปลงเชิงเส้นของความรู้สึกการเป็นสมาชิกกลุ่มจะมากขึ้น 0.01 แต้มต่อปี ซึ่งผลไม่ถึงระดับนัยสำคัญ

นิสิตรุ่น 2550 จะมีอัตราการตกลงของความรู้สึกการเป็นสมาชิกกลุ่มมากกว่า นิสิตรุ่น 2551 อยู่ 2.15 แต้มต่อปี เมื่อควบคุมตัวแปรระดับนิสิตอื่นให้คงที่

$$Y_{ij} = \pi_{0j} + \pi_{1j}T_{ij} + \pi_{2j}(X_{1ij} - \bar{X}_{1.j}) + e_{ij}$$

$$\pi_{0j} = 63.74 + 5.61(W_{1j} - \bar{W}_1) + 3.32(W_{2j} - \bar{W}_2) - 0.06(W_{3j} - \bar{W}_3) + 0.40(W_{4j} - \bar{W}_4) + 0.09(\bar{X}_{1.j} - \bar{X}_{1..}) + u_{0j}$$

$$\pi_{1j} = -1.88 - 2.15(W_{1j} - \bar{W}_1) - 0.65(W_{2j} - \bar{W}_2) + 0.36(W_{3j} - \bar{W}_3) - 0.21(W_{4j} - \bar{W}_4) + 0.01(\bar{X}_{1.j} - \bar{X}_{1..}) + u_{1j}$$

$$\pi_{2j} = 0.41$$

$$Var(e_{ij}) = 25.92, Var(u_{0j}) = 278.57, Var(u_{1j}) = 21.15 \qquad \rho(u_{0j}, u_{1j}) = -.66$$

นิสิตเพศชายจะมีอัตราการตกลงความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มมากกว่านิสิตเพศหญิง อยู่ 0.65 แต้มต่อปี เมื่อควบคุมตัวแปรระดับนิสิตอื่นให้คงที่ ซึ่งไม่ถึงระดับนัยสำคัญ

หากนิสิตทำกิจกรรมในสมัยมัธยมปลายเพิ่มขึ้น 1 แต้ม ควบคุมตัวแปรระดับนิสิตอื่นให้คงที่แล้ว อัตราการตกลงของความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่ม จะช้าลง 0.36 แต้มต่อปี

หากนิสิตมีบุคลิกภาพแบบเปิดตัวมากขึ้น 1 แต้ม ควบคุมตัวแปรระดับนิสิตอื่นให้คงที่แล้ว อัตราการตกลงของความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่ม จะมากขึ้น 0.21 แต้ม

เนื่องจาก `interactions` package ไม่สามารถจัดการ `I()` ได้ จึงย้ายศูนย์กลางที่ข้อมูล ก่อนนำไปวิเคราะห์

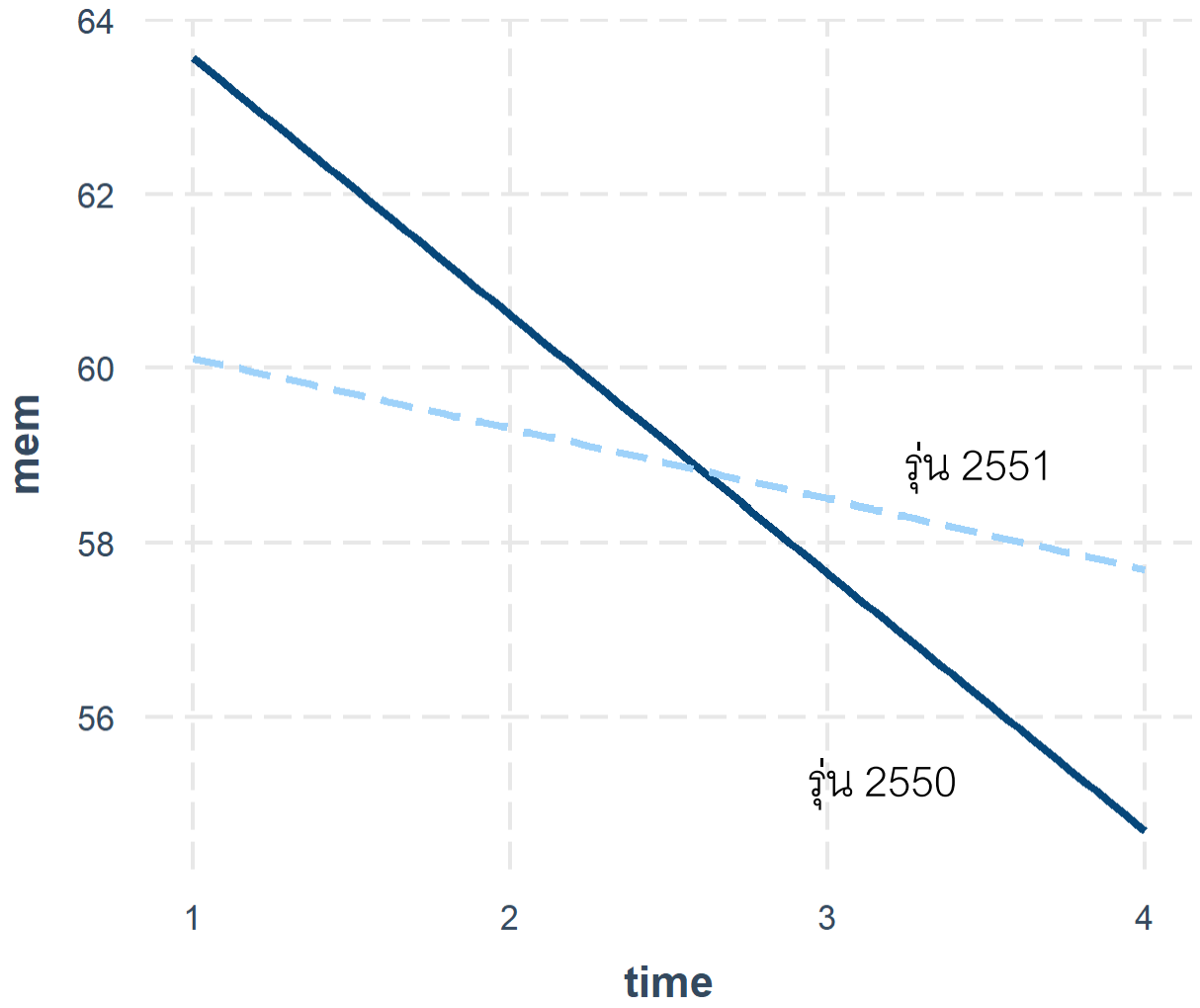
```
> interact_plot(model=out2hn, pred=extc, modx=time, modx.values=timeval)
> dat2$avestressc <- dat2$avestress - 50.473
> dat2$cohortc <- dat2$cohort - 0.501
> dat2$femalec <- dat2$female - 0.495
> dat2$actc <- dat2$act - 50.219
> dat2$extc <- dat2$ext - 49.534
> out2hn <- lmer(mem ~ 1 + time + diffstress + time*avestressc
+                + time*cohortc + time*femalec
+                + time*actc + time*extc
+                + (1 + time|pid), data=dat2, REML=FALSE)
```

```
> cohortcval <- c(0, 1) - 0.501
> timeval <- c(0, 1, 2, 3)
> library(interactions)
> ss21 <- sim_slopes(model=out2hn, pred=time, modx=cohortc, modx.values=cohortcval)
> ss21
JOHNSON-NEYMAN INTERVAL

When cohortc is OUTSIDE the interval [-1.49, -0.59], the slope
of time is p < .05.

Note: The range of observed values of cohortc is [-0.50, 0.50]

SIMPLE SLOPES ANALYSIS

Slope of time when cohortc = -0.501:

   Est.    S.E.    t val.       p
------- ------ -------- ------
  -0.81    0.28    -2.85    0.00

Slope of time when cohortc =  0.499:

   Est.    S.E.    t val.       p
------- ------ -------- ------
  -2.96    0.28   -10.51    0.00
```

นิสิตรุ่น 2551 มีความรู้สึกการเป็นสมาชิกกลุ่มน้อยลง 0.80 แต้มทุกปี การลดถึงระดับนัยสำคัญ

นิสิตรุ่น 2550 มีความรู้สึกการเป็นสมาชิกกลุ่มในปี 1 สูง และลดลง 2.96 แต้มทุกปี การลดถึงระดับนัยสำคัญ

```
> interact_plot(model=out2hn, pred=time, modx=cohortc, modx.values=cohortcval)
```



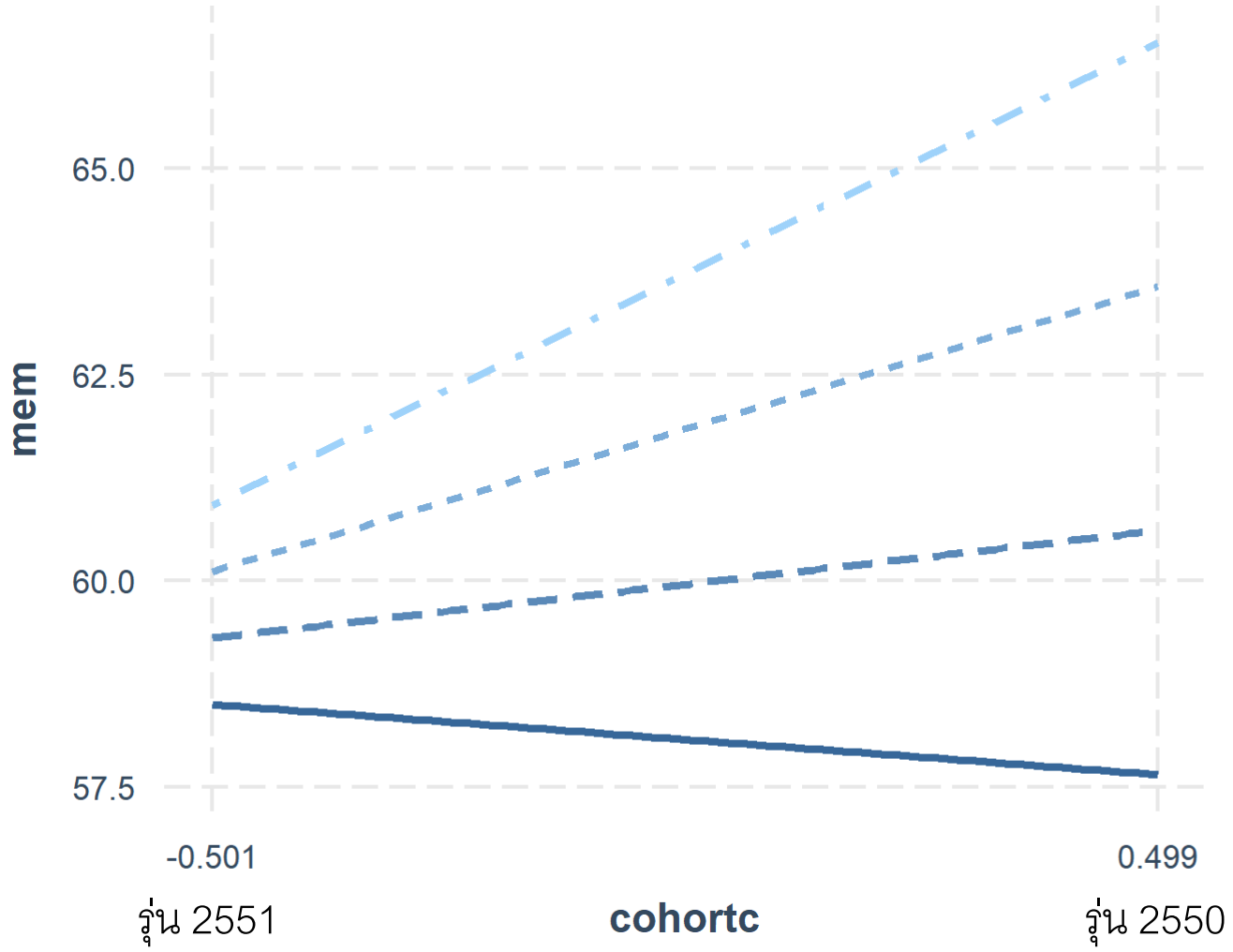
ทั้งสองรุ่นมีความรู้สึกการเป็นสมาชิกกลุ่มตกลง โดยรุ่น 2550 เริ่มต้นสูงกว่า ตกลงมากกว่า

```
> ss22 <- sim_slopes(model=out2hn, pred=cohortc, modx=time, modx.values=timeval)
> ss22
JOHNSON-NEYMAN INTERVAL

When time is OUTSIDE the interval [1.55, 3.72], the slope of cohortc
is p < .05.

Note: The range of observed values of time is [1.00, 4.00]

SIMPLE SLOPES ANALYSIS

Slope of cohortc when time = 0.00:

  Est.   S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  5.61   1.53     3.68   0.00

Slope of cohortc when time = 1.00:

  Est.   S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  3.45   1.26     2.74   0.01

Slope of cohortc when time = 2.00:

  Est.   S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  1.30   1.11     1.17   0.24

Slope of cohortc when time = 3.00:

   Est.   S.E.   t val.      p
------- ------ -------- ------
  -0.85   1.12    -0.76   0.45
```

เปรียบเทียบในชั้นปีที่ 1, 2 นิสิตรุ่น 2550 จะมีความรู้สึกการเป็นสมาชิกกลุ่มสูงกว่านิสิตรุ่น 2551

ในปีที่ 3, 4 ความแตกต่างในความรู้สึกการเป็นสมาชิกกลุ่มระหว่างรุ่น ไม่ถึงระดับนัยสำคัญ

```
> interact_plot(model=out2hn, pred=cohortc, modx=time, modx.values=timeval)
```



ในปีที่ 1 และ 2 รุ่น 2550 มีค่ามากกว่า แต่ในปีที่ 3 และ 4 ทั้งสองรุ่นมีค่าความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

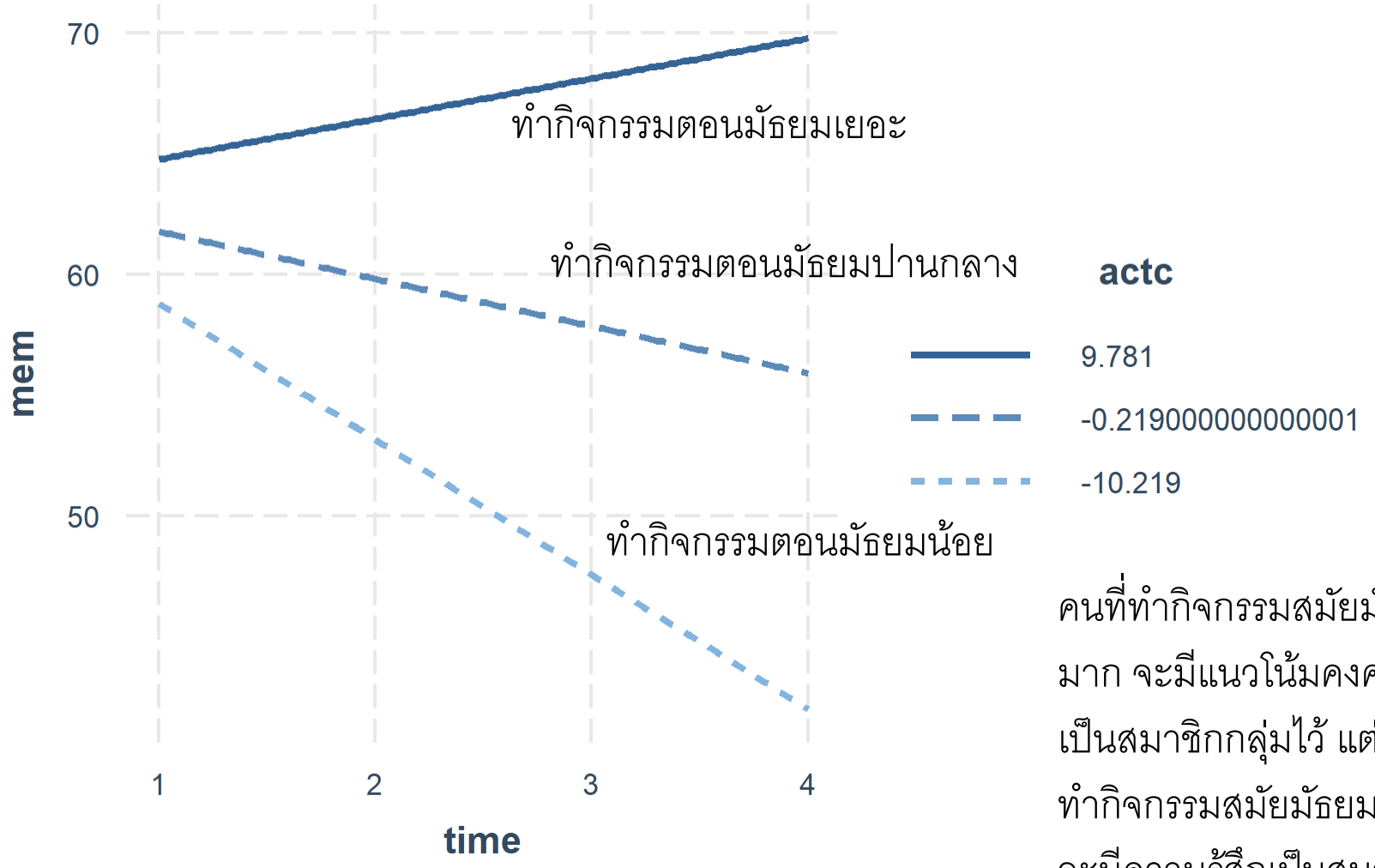
```
> actcval <- c(40, 50, 60) - 50.219
> ss23 <- sim_slopes(model=out2hn, pred=time, modx=actc, modx.values=actcval)
> ss23
JOHNSON-NEYMAN INTERVAL

When actc is OUTSIDE the interval [4.15, 6.32], the slope of time is
p < .05.

Note: The range of observed values of actc is [-41.22, 36.78]

SIMPLE SLOPES ANALYSIS

Slope of time when actc = -10.219:

   Est.    S.E.   t val.      p
------- ------ -------- ------
  -5.60    0.26   -21.58   0.00

Slope of time when actc =  -0.219:

   Est.    S.E.   t val.      p
------- ------ -------- ------
  -1.96    0.18   -11.12   0.00

Slope of time when actc =   9.781:

  Est.    S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  1.67    0.25     6.59   0.00
```

คนที่ทำกิจกรรมน้อยตอนมัธยมจะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกน้อยลงในระดับ 5.60 แต้มต่อปี การลดถึงระดับนัยสำคัญ

คนที่ทำกิจกรรมปานกลางตอนมัธยม จะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกน้อยลงในระดับ 1.96 แต้มต่อปี การลดถึงระดับนัยสำคัญ

คนที่ทำกิจกรรมมากตอนมัธยมจะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกมากขึ้นในระดับ 1.67 แต้มต่อไป การเพิ่มถึงระดับนัยสำคัญ

```
> interact_plot(model=out2hn, pred=time, modx=actc, modx.values=actcval)
```



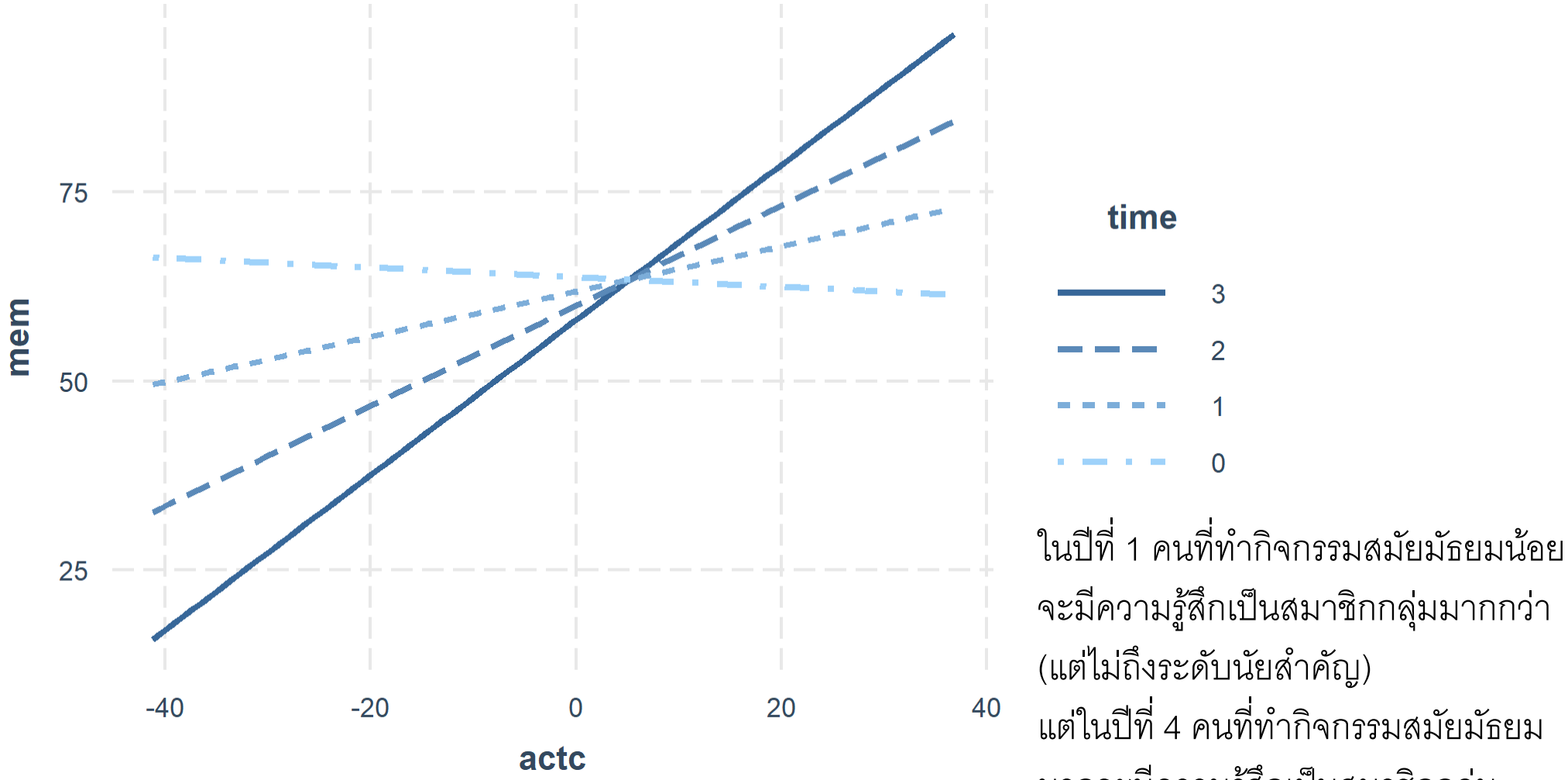
คนที่ทำกิจกรรมสมัยมัธยมปลายมาก จะมีแนวโน้มคงความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มไว้ แต่คนที่ทำกิจกรรมสมัยมัธยมปลายน้อยจะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มตกลง

```
> ss24 <- sim_slopes(model=out2hn, pred=actc, modx=time, modx.values=timeval)
> ss24
JOHNSON-NEYMAN INTERVAL

When time is OUTSIDE the interval [-0.18, 0.49], the slope of actc
is p < .05.

Note: The range of observed values of time is [1.00, 4.00]

SIMPLE SLOPES ANALYSIS

Slope of actc when time = 0.00:

   Est.    S.E.   t val.      p
------- ------ -------- ------
  -0.06    0.06    -0.99   0.32

Slope of actc when time = 1.00:

  Est.    S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  0.30    0.05     5.62   0.00

Slope of actc when time = 2.00:

  Est.    S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  0.66    0.05    14.15   0.00

Slope of actc when time = 3.00:

  Est.    S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  1.03    0.05    21.65   0.00
```

ระหว่างนิสิตชั้นปี 1 อิทธิพลของการทำกิจกรรมสมัยมัธยมปลายไม่มีผลต่อความรู้สึกการเป็นสมาชิกกลุ่มอย่างมีนัยสำคัญ

ระหว่างนิสิตชั้นปีที่ 4 นิสิตที่ทำกิจกรรมสมัยมัธยมมาก จะมีแนวโน้มมีความรู้สึกการเป็นสมาชิกกลุ่มมากกว่า ผลถึงระดับนัยสำคัญ

```
> interact_plot(model=out2hn, pred=actc, modx=time, modx.values=timeval)
```



ในปีที่ 1 คนที่ทำกิจกรรมสมัยมัธยมน้อยจะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มมากกว่า (แต่ไม่ถึงระดับนัยสำคัญ)
แต่ในปีที่ 4 คนที่ทำกิจกรรมสมัยมัธยมมากจะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มมากกว่า

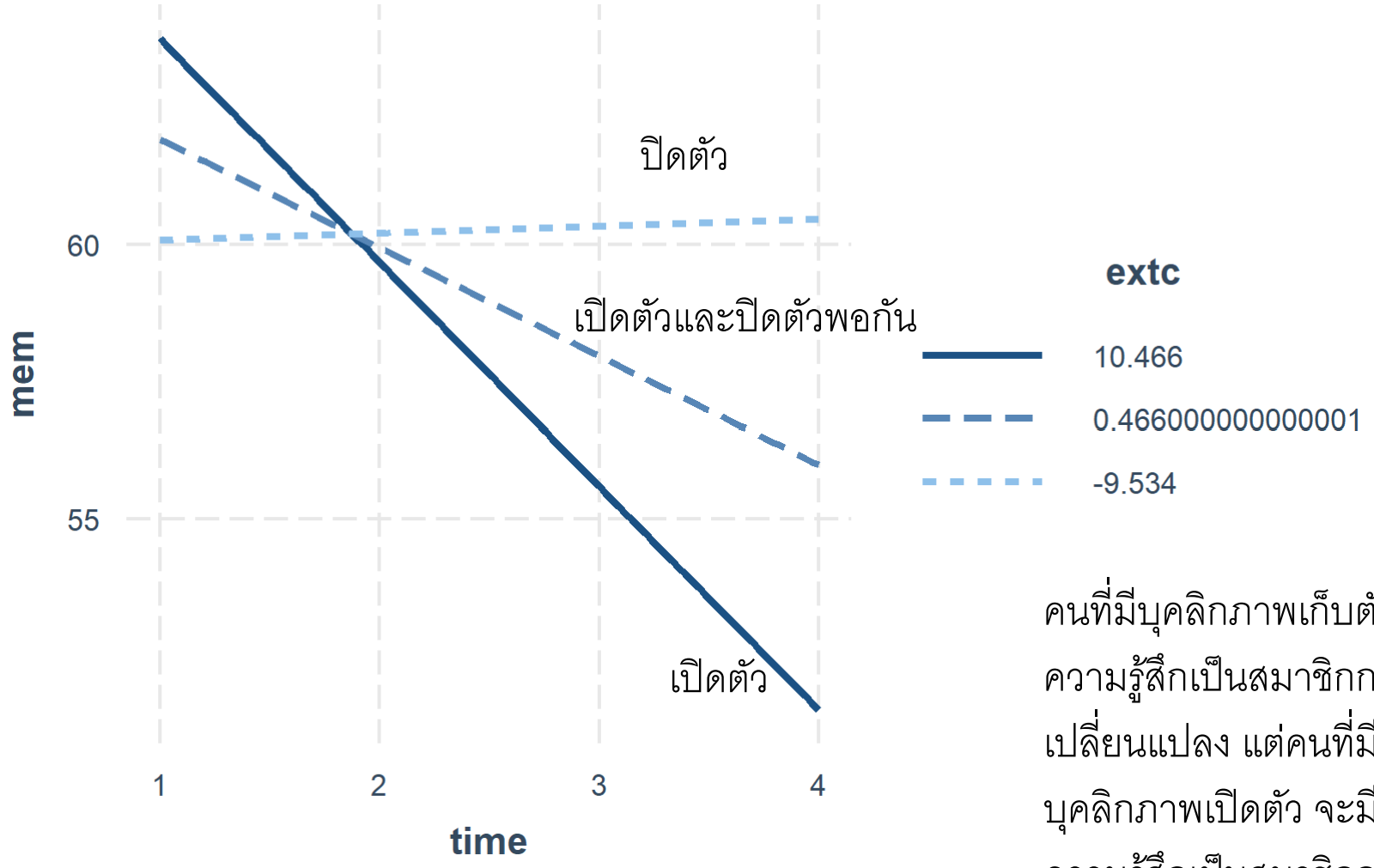
```
> ss25 <- sim_slopes(model=out2hn, pred=time, modx=extc, modx.values=extcval)
> ss25
JOHNSON-NEYMAN INTERVAL

When extc is OUTSIDE the interval [-11.78, -6.82], the slope of time
is p < .05.

Note: The range of observed values of extc is [-26.53, 32.47]

SIMPLE SLOPES ANALYSIS

Slope of time when extc = -9.534:

  Est.   S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  0.13   0.27     0.47   0.64

Slope of time when extc =  0.466:

   Est.   S.E.   t val.      p
------- ------ -------- ------
 -1.98   0.18   -11.21   0.00

Slope of time when extc = 10.466:

   Est.   S.E.   t val.      p
------- ------ -------- ------
 -4.09   0.28   -14.38   0.00
```

คนที่มีบุคลิกภาพเก็บตัวไม่พบการเปลี่ยนแปลงของความรู้สึกเป็นสมาชิกตลอดชั้นปี อย่างมีนัยสำคัญ

คนที่มีบุคลิกภาพเปิดตัวและเก็บตัวพอๆ กัน จะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกลดลงในระดับ 1.98 แต้มต่อปี ซึ่งถึงระดับนัยสำคัญ

คนที่มีบุคลิกภาพเปิดตัว จะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกลดลงในระดับ 4.09 แต้มต่อปี ซึ่งถึงระดับนัยสำคัญ

```
> interact_plot(model=out2hn, pred=time, modx=extc, modx.values=extcval)
```



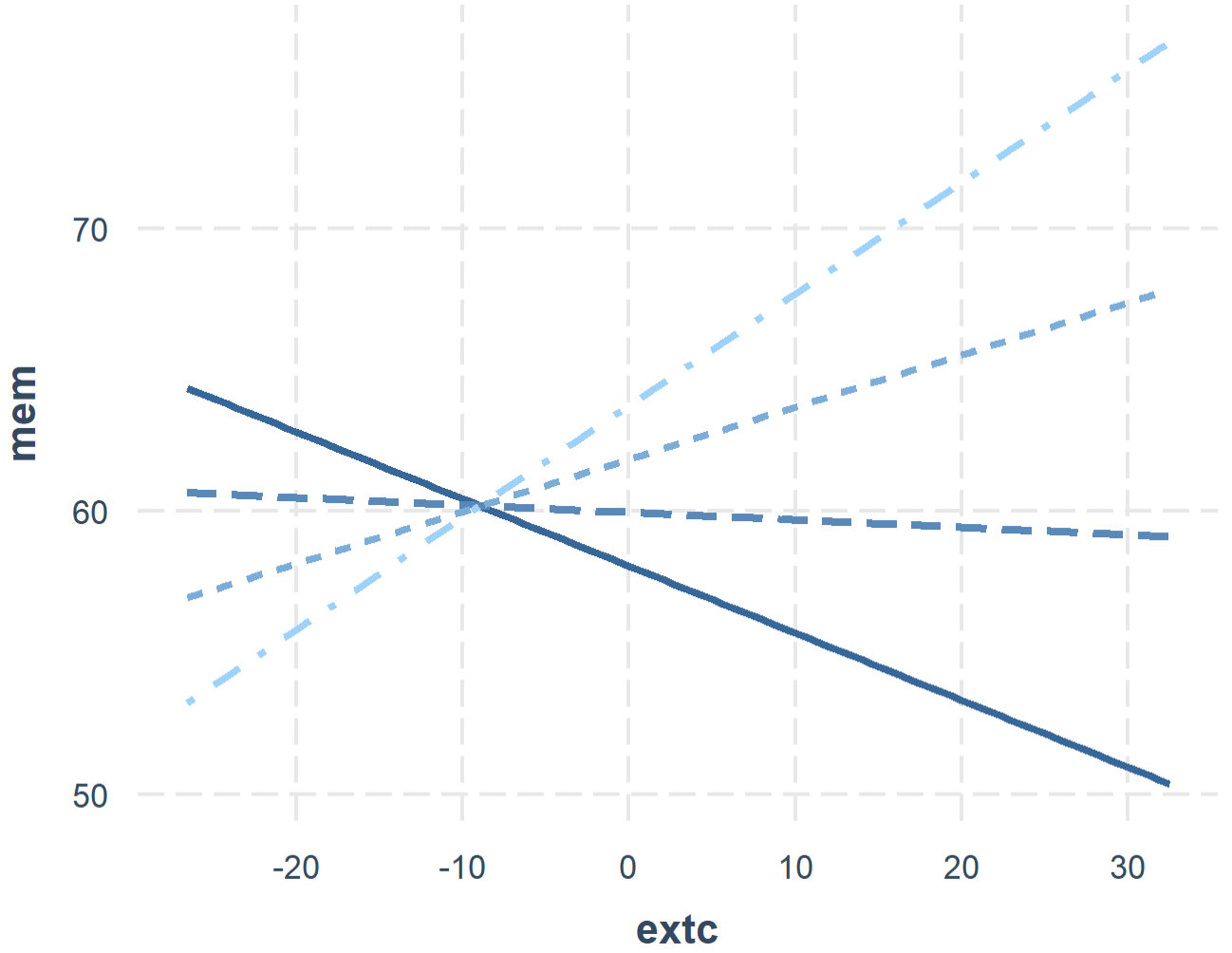
คนที่มีบุคลิกภาพเก็บตัว จะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มไม่เปลี่ยนแปลง แต่คนที่มีบุคลิกภาพเปิดตัว จะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มลดลง

```
> ss26 <- sim_slopes(model=out2hn, pred=extc, modx=time, modx.values=timeval)
> ss26
JOHNSON-NEYMAN INTERVAL

When time is OUTSIDE the interval [1.34, 2.37], the slope of extc is
p < .05.

Note: The range of observed values of time is [1.00, 4.00]

SIMPLE SLOPES ANALYSIS

Slope of extc when time = 0.00:

  Est.   S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  0.40   0.07     5.34   0.00

Slope of extc when time = 1.00:

  Est.   S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  0.18   0.06     3.02   0.00

Slope of extc when time = 2.00:

   Est.   S.E.   t val.      p
------- ------ -------- ------
  -0.03   0.05    -0.49   0.63

Slope of extc when time = 3.00:

   Est.   S.E.   t val.      p
------- ------ -------- ------
  -0.24   0.05    -4.36   0.00
```

ระหว่างนิสิตชั้นปี 1 นิสิตที่มีบุคลิกภาพแบบเปิดตัว จะมีความรู้สึกการเป็นสมาชิกกลุ่มมากกว่า ผลถึงระดับนัยสำคัญ

ระหว่างนิสิตชั้นปีที่ 4 นิสิตที่มีบุคลิกภาพแบบเก็บตัว จะมีความรู้สึกการเป็นสมาชิกกลุ่มมากกว่า ผลถึงระดับนัยสำคัญ

```
> interact_plot(model=out2hn, pred=extc, modx=time, modx.values=timeval)
```



ในปีที่ 1 คนที่มีบุคลิกภาพเปิดตัว จะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มสูงกว่า แต่ในปีที่ 4 คนที่มีบุคลิกภาพแบบเก็บตัว จะมีความรู้สึกเป็นสมาชิกกลุ่มสูงกว่า

คาบต่อไป

- หัวข้อเพิ่มเติมในเรื่องโมเดลเส้นโค้งพัฒนาการ
  - รูปแบบการเปลี่ยนแปลงแบบเชิงเส้นแบ่งส่วน (Piecewise Growth Curve)
  - การเปลี่ยนแปลงระดับกลุ่ม
  - โครงสร้างความสัมพันธ์ค่าคงเหลือ (Residual Correlation)
- การบ้านที่ 8