ปฏิสัมพันธ์ (Interaction)

โมเดลพหุระดับ (Multilevel Modeling)

สันทัด พรประเสริฐมานิต

โครงร่างการนำเสนอ

- ปฏิสัมพันธ์ระหว่างระดับ (Cross-level interaction)
- ปฏิสัมพันธ์รูปแบบอื่น

ปฏิสัมพันธ์ระหว่างระดับ

- ความชันแบบสุ่มที่เกิดขึ้น (β_{1j}) เหมือนเป็นตัวแปรหนึ่งในระดับกลุ่ม ที่สามารถใช้ตัวแปรในระดับกลุ่มในการทำนาย

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1ij} + e_{ij}$$

ระดับที่ 1

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}W_{1j} + u_{0j}$$
$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}W_{1j} + u_{1j}$$

ระดับที่ 2

- สมการรวมทั้ง 2 ระดับจะเป็นดังนี้

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}W_{1j} + u_{0j} + (\gamma_{10} + \gamma_{11}W_{1j} + u_{1j})X_{1ij} + e_{ij}$$

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}W_{1j} + \gamma_{10}X_{1ij} + \gamma_{11}W_{1j}X_{1ij} + u_{0j} + u_{1j}X_{1ij} + e_{ij}$$

ปฏิสัมพันธ์ระหว่างระดับ

- สามารถทำความชันแบบง่ายได้ดังนี้

$$Y_{ij} = (\gamma_{00} + \gamma_{01}W_{1j}) + (\gamma_{10} + \gamma_{11}W_{1j})X_{1ij} + u_{0j} + u_{1j}X_{1ij} + e_{ij}$$
$$Y_{ij} = (\gamma_{00} + \gamma_{10}X_{1ij}) + (\gamma_{01} + \gamma_{11}X_{1ij})W_{1j} + u_{0j} + u_{1j}X_{1ij} + e_{ij}$$

จุดตัดอย่างง่าย (Simple Intercept)

ความชันอย่างง่าย (Simple Slope)

- อิทธิพลของ W_1 ขึ้นอยู่กับค่าของ X_1 หรือในทางกลับกันอิทธิพลของ X_1 ขึ้นอยู่กับค่าของ W_1
- ปฏิสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสองตัวจะเรียกว่าปฏิสัมพันธ์ระหว่างระดับ (Cross-level Interaction)

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1ij} + e_{ij}$$ ระดับที่ 1

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}W_{1j} + u_{0j}$$
$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}W_{1j} + u_{1j}$$ ระดับที่ 2

$$\boxed{Y_{ij} = (\gamma_{00} + \gamma_{10}X_{1ij}) + (\gamma_{01} + \gamma_{11}X_{1ij})W_{1j} + u_{0j} + u_{1j}X_{1ij} + e_{ij}}$$

- γ_{00} คือ ค่าของตัวแปรตาม เมื่อ X_1, W_1 มีค่าเท่ากับ 0
- γ_{10} คือ ค่าของ Y ที่เปลี่ยนแปลงไป เมื่อค่า X_1 เพิ่มขึ้น 1 แต้ม เฉลี่ยทุกกลุ่ม เมื่อทุกกลุ่มมีค่า W_1 เท่ากับ 0
- γ_{01} คือ ค่าคาดหวังของ Y เมื่อ X_1 เท่ากับ 0 ที่เปลี่ยนแปลงไป เมื่อค่า W_1 เพิ่มขึ้น 1 แต้ม
- γ_{11} คือ ความชันของ X_1 ที่มีต่อ Y ที่เปลี่ยนแปลงไป เมื่อค่า W_1 เพิ่มขึ้น 1 แต้ม

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1ij} + e_{ij}$$

ระดับที่ 1

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}W_{1j} + u_{0j}$$
$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}W_{1j} + u_{1j}$$

ระดับที่ 2

$$\boxed{Y_{ij} = (\gamma_{00} + \gamma_{10}X_{1ij}) + (\gamma_{01} + \gamma_{11}X_{1ij})W_{1j} + u_{0j} + u_{1j}X_{1ij} + e_{ij}}$$

- u_{0j} คือ ค่าเบี่ยงเบนของค่าคาดหวังของ *Y* เมื่อ *X* และ *W* เท่ากับ 0 ของกลุ่มที่ *j* ออกจากค่าคาดหวังเฉลี่ย
- u_{1j} คือ ค่าเบี่ยงเบนของความชันของ X_1 ที่มีต่อ *Y* เมื่อ *W* เท่ากับ 0 ของกลุ่มที่ *j* ออกจากค่าความชันเฉลี่ย

ปฏิสัมพันธ์ระหว่างระดับ

- วิธีการทดสอบจุดตัดอย่างง่ายและความชันอย่างง่าย สามารถทำได้โดยการย้ายศูนย์กลาง (Centering) หรือสามารถใช้ Interactions package ทดสอบได้ดังเช่นการวิเคราะห์ถดถอย
- ให้ *W* เป็นตัวแปรกำกับ และ *X* เป็นตัวแปรอิสระ

$$\hat{Y}_{ij|W_{1j}=w} = (\gamma_{00}(1) + \gamma_{01}w) + (\gamma_{10}(1) + \gamma_{11}w)X_{1ij}$$

จุดตัดอย่างง่าย (Simple Intercept) ทดสอบว่าค่าสีน้ำเงินแตกต่างจาก 0 อย่างมีนัยสำคัญหรือไม่ โดยแทนค่า *w* หรือ *x* ตามที่กำหนด

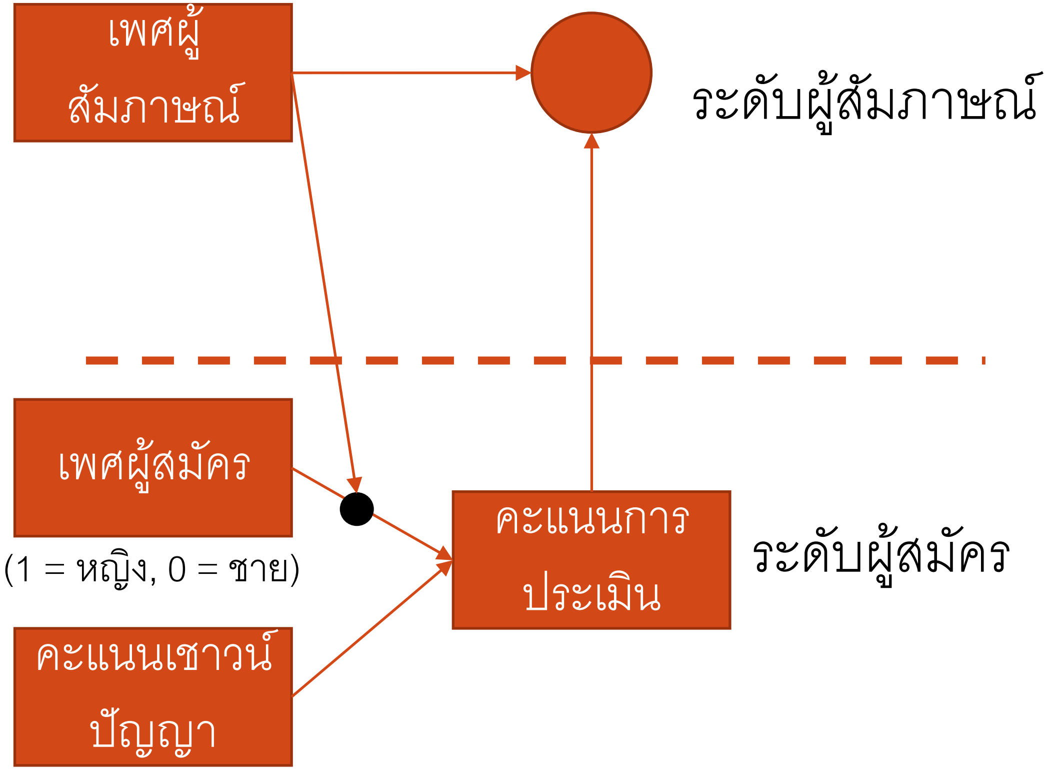
ความชันอย่างง่าย (Simple Slope) ทดสอบว่าค่าสีแดงแตกต่างจาก 0 อย่างมีนัยสำคัญหรือไม่ โดยแทนค่า *w* หรือ *x* ตามที่กำหนด

- ให้ *W* เป็นตัวแปรกำกับ และ *X* เป็นตัวแปรอิสระ

$$\hat{Y}_{ij|X_{1ij}=x} = (\gamma_{00}(1) + \gamma_{10}x) + (\gamma_{01}(1) + \gamma_{11}x)W_{1j}$$

ปฏิสัมพันธ์ระหว่างระดับ

ทดสอบอคติของผู้สัมภาษณ์ ว่าผู้สัมภาษณ์เพศเดียวกัน จะมีอคติในการประเมินเพศเดียวกันสูงขึ้นหรือไม่



ปฏิสัมพันธ์ระหว่างระดับ

- จากโมเดลความชันแบบสุ่ม ที่ทราบว่าอิทธิพลของเพศของผู้สมัครแตกต่างกันระหว่างกลุ่ม
- ทดสอบว่าเพศของผู้สัมภาษณ์ มีผลต่อจุดตัดแกน Y หรือไม่ กล่าวคือ ผู้สัมภาษณ์เพศชายและเพศหญิงโดยเฉลี่ยแล้วให้คะแนนแตกต่างกันหรือไม่ (โมเดลที่ไม่มีปฏิสัมพันธ์)

```
> out2m1 <- lmer(score ~ 1 + eesex + I(iq - 100) + (1 + eesex|erid), data=dat2, REML=FALSE)
> out2m1a <- lmer(score ~ 1 + eesex + I(iq - 100) + ersex + (1 + eesex|erid), data=dat2, REML=FALSE)
> anova(out2m1, out2m1a)
Data: dat2
Models:
out2m1: score ~ 1 + eesex + I(iq - 100) + (1 + eesex | erid)
out2m1a: score ~ 1 + eesex + I(iq - 100) + ersex + (1 + eesex | erid)
        Df   AIC   BIC logLik deviance  Chisq Chi Df Pr(>Chisq)
out2m1   7 61669 61719 -30828    61655
out2m1a  8 61669 61727 -30826    61653 2.0971      1     0.1476
```

- เปรียบเทียบทั้งสองโมเดล พบว่าไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ กล่าวคือ ผู้สัมภาษณ์เพศชายให้คะแนนไม่แตกต่างจากเพศหญิงอย่างมีนัยสำคัญ เมื่อควบคุมเพศของผู้สมัครและคะแนนเชาวน์ปัญญาแล้ว

ปฏิสัมพันธ์ระหว่างระดับ

- อย่างไรก็ตาม ถึงแม้ไม่พบความแตกต่างกันระหว่างผู้สัมภาษณ์ แต่อาจพบผลปฏิสัมพันธ์ระหว่างเพศผู้สัมภาษณ์และเพศของผู้สมัครได้

```
> out2m1b <- lmer(score ~ 1 + eesex + I(iq - 100) + ersex + eesex:ersex
+                 + (1 + eesex|erid), data=dat2, REML=FALSE)
> anova(out2m1a, out2m1b)
Data: dat2
Models:
out2m1a: score ~ 1 + eesex + I(iq - 100) + ersex + (1 + eesex | erid)
out2m1b: score ~ 1 + eesex + I(iq - 100) + ersex + eesex:ersex + (1 +
out2m1b:     eesex | erid)
        Df   AIC   BIC logLik deviance Chisq Chi Df Pr(>Chisq)
out2m1a  8 61669 61727 -30826    61653
out2m1b  9 61641 61706 -30812    61623 29.87      1  4.619e-08 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

- เพศผู้สมัครและเพศผู้สัมภาษณ์มีปฏิสัมพันธ์กันต่อคะแนนการประเมินอย่างมีนัยสำคัญ

```
> summary(out2m1b)
Linear mixed model fit by maximum likelihood  ['lmerMod']
Formula: score ~ 1 + eesex + I(iq - 100) + ersex + eesex:ersex + (1 +      eesex | erid)
   Data: dat2

     AIC      BIC   logLik deviance df.resid
 61641.0  61705.9 -30811.5  61623.0     9991

Scaled residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-3.7413 -0.6367 -0.0048  0.6410  3.4320

Random effects:
 Groups   Name        Variance Std.Dev. Corr
 erid     (Intercept) 20.1152  4.4850
          eesex        0.7979  0.8933   0.12
 Residual             21.7645  4.6652
Number of obs: 10000, groups:  erid, 1000

Fixed effects:
             Estimate Std. Error t value
(Intercept) 75.538700   0.221217 341.469
eesex       -0.413234   0.137868  -2.997   sig
I(iq - 100)  0.029418   0.003299   8.918   sig
ersex        0.009887   0.312847   0.032   Not sig
eesex:ersex  1.073648   0.194981   5.506   sig
```

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1ij} + \beta_{2j}(X_{2ij} - 100) + e_{ij}$$

$$\beta_{0j} = 75.54 + 0.01W_{1j} + u_{0j}$$

$$\beta_{1j} = -0.41 + 1.07W_{1j} + u_{1j}; \beta_{2j} = 0.03$$

$$Cor(u_{0j}, u_{1j}) = .12$$

$$Var(u_{0j}) = 20.12$$

$$Var(u_{1j}) = 0.80$$

$$Var(e_{ij}) = 21.76$$

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1ij} + \beta_{2j}(X_{2ij} - 100) + e_{ij}$$
$$\beta_{0j} = 75.54 + 0.01W_{1j} + u_{0j}$$
$$\beta_{1j} = -0.41 + 1.07W_{1j} + u_{1j}; \beta_{2j} = 0.03$$

$$\mathrm{Cor}(u_{0j}, u_{1j}) = .12$$
$$\mathrm{Var}(u_{0j}) = 20.12$$
$$\mathrm{Var}(u_{1j}) = 0.80$$
$$\mathrm{Var}(e_{ij}) = 21.76$$

$$\begin{aligned} Y_{ij} = {} & 75.54 - 0.41X_{1ij} + 0.01W_{1j} + 1.07X_{1ij}W_{1j} + 0.03(X_{2ij} - 100) \\ & + u_{0j} + u_{1j}X_{1ij} + e_{ij} \end{aligned}$$

ผู้สมัครเพศชายมีคะแนนเชาวน์ปัญญา 100 คะแนน ได้รับการประเมินจากผู้สัมภาษณ์เพศชาย 75.54 แต้ม

ผู้สัมภาษณ์เพศชาย ประเมินผู้สมัครเพศหญิงน้อยกว่าเพศชาย 0.41 แต้ม เมื่อควบคุมคะแนนเชาวน์ปัญญาให้คงที่

เมื่อควบคุมระดับเชาวน์ปัญญาของผู้สมัครให้คงที่ ผู้สมัครเพศชายจะได้รับคะแนนจากผู้สัมภาษณ์เพศหญิงมากกว่าผู้สัมภาษณ์เพศชาย 0.01 แต้ม

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1ij} + \beta_{2j}(X_{2ij} - 100) + e_{ij}$$

$$\beta_{0j} = 75.54 + 0.01W_{1j} + u_{0j}$$

$$\beta_{1j} = -0.41 + 1.07W_{1j} + u_{1j}; \beta_{2j} = 0.03$$

$$\mathrm{Cor}(u_{0j}, u_{1j}) = .12$$

$$\mathrm{Var}(u_{0j}) = 20.12$$

$$\mathrm{Var}(u_{1j}) = 0.80$$

$$\mathrm{Var}(e_{ij}) = 21.76$$

$$Y_{ij} = 75.54 - 0.41X_{1ij} + 0.01W_{1j} + 1.07X_{1ij}W_{1j} + 0.03(X_{2ij} - 100) + u_{0j} + u_{1j}X_{1ij} + e_{ij}$$

เมื่อควบคุมระดับเชาวน์ปัญญาของผู้สมัครให้คงที่ ความแตกต่างของคะแนนประเมินผู้สมัครเพศหญิงและชาย ในผู้สัมภาษณ์เพศหญิงมากกว่าผู้สัมภาษณ์เพศชาย 1.07 แต้ม

เมื่อผู้สมัครมีคะแนนเชาวน์ปัญญาเพิ่มขึ้น 1 แต้ม คะแนนประเมินที่ได้รับจะเพิ่มขึ้น 0.03 แต้ม เมื่อควบคุมเพศของผู้สมัครและเพศผู้สัมภาษณ์ให้คงที่

ความแปรปรวนและสหสัมพันธ์ระหว่างค่าคงเหลือระดับกลุ่ม จะไม่ตีความหมายในที่นี้ เนื่องจากเมื่อมีตัวแปรระดับกลุ่มแล้ว การแปลความหมายค่าคงเหลือจะยาก และนำไปใช้ในงานวิจัยไม่ค่อยได้

$$\hat{Y} = 75.54 - 0.41X_{1ij} + 0.01W_{1j} + 1.07X_{1ij}W_{1j}$$

แทนค่า *X*, *W* เพื่อหาค่าเฉลี่ยของแต่ละกลุ่ม (เมื่อ IQ = 100)

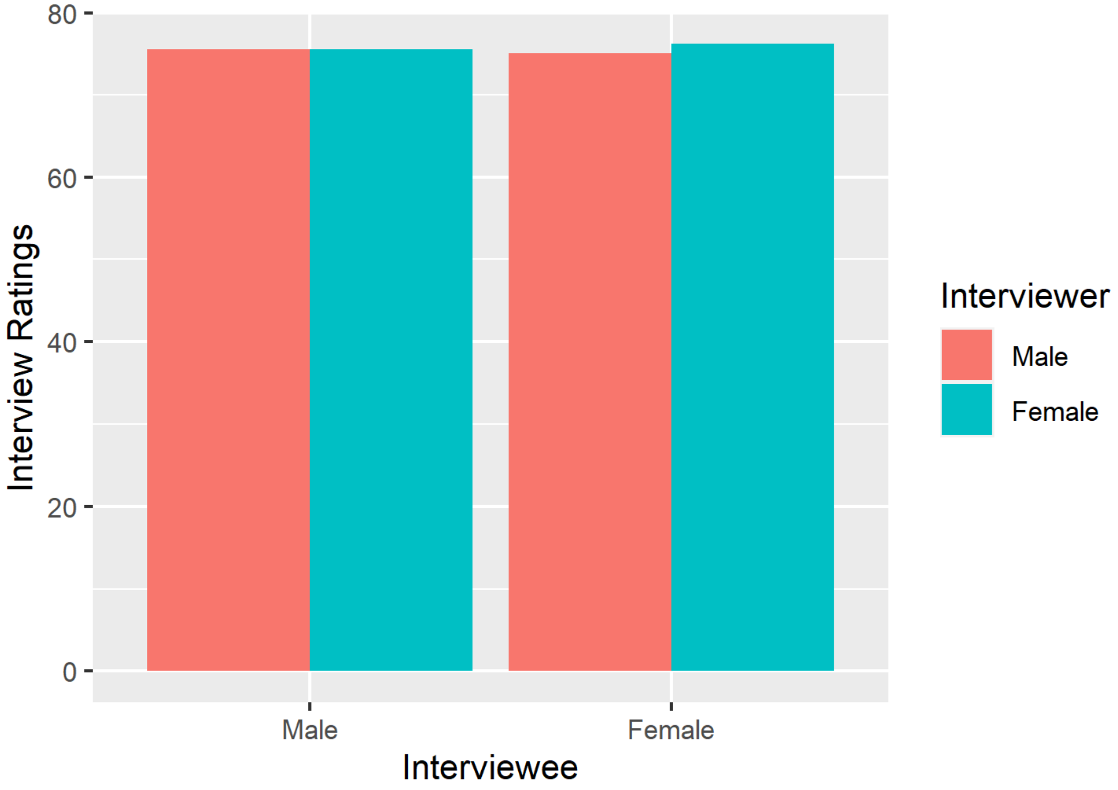
W \ *X*	ผู้สมัครชาย (*X* = 0)	ผู้สมัครหญิง (*X* = 1)
ผู้สัมภาษณ์ชาย (*W* = 0)	75.54	75.13
ผู้สัมภาษณ์หญิง (*W* = 1)	75.55	76.21

```
> library(effects)
> eff2m1b <- effect(term="eesex:ersex", mod=out2m1b,
+                    xlevels=list(ersex=c(0, 1), eesex=c(0, 1)))
> summary(eff2m1b)

 eesex*ersex effect
     ersex
eesex        0        1
    0 75.54466 75.55455
    1 75.13143 76.21496

 Lower 95 Percent Confidence Limits
     ersex
eesex        0        1
    0 75.11103 75.12092
    1 74.68215 75.76568

 Upper 95 Percent Confidence Limits
     ersex
eesex        0        1
    0 75.97829 75.98818
    1 75.58070 76.66424
```

ใช้ effects package เพื่อช่วยหาค่าเฉลี่ยของแต่ละกลุ่มได้

```
> library(ggplot2)
> mydat <- as.data.frame(eff2m1b)
> mydat$eesex <- factor(mydat$eesex, labels=c("Male", "Female"))
> mydat$ersex <- factor(mydat$ersex, labels=c("Male", "Female"))
> ggplot(mydat, aes(factor(eesex), fit, fill = ersex)) +
+   geom_bar(stat="identity", position = "dodge") +
+   labs(x = "Interviewee", y = "Interview Ratings", fill = "Interviewer")
```

ผู้สมัครเพศชาย จะได้รับคะแนนจากผู้สัมภาษณ์เพศชายพอๆ กับเพศหญิง



ผู้สมัครเพศหญิงจะได้รับคะแนนจากผู้สัมภาษณ์เพศหญิงมากกว่าเพศชาย

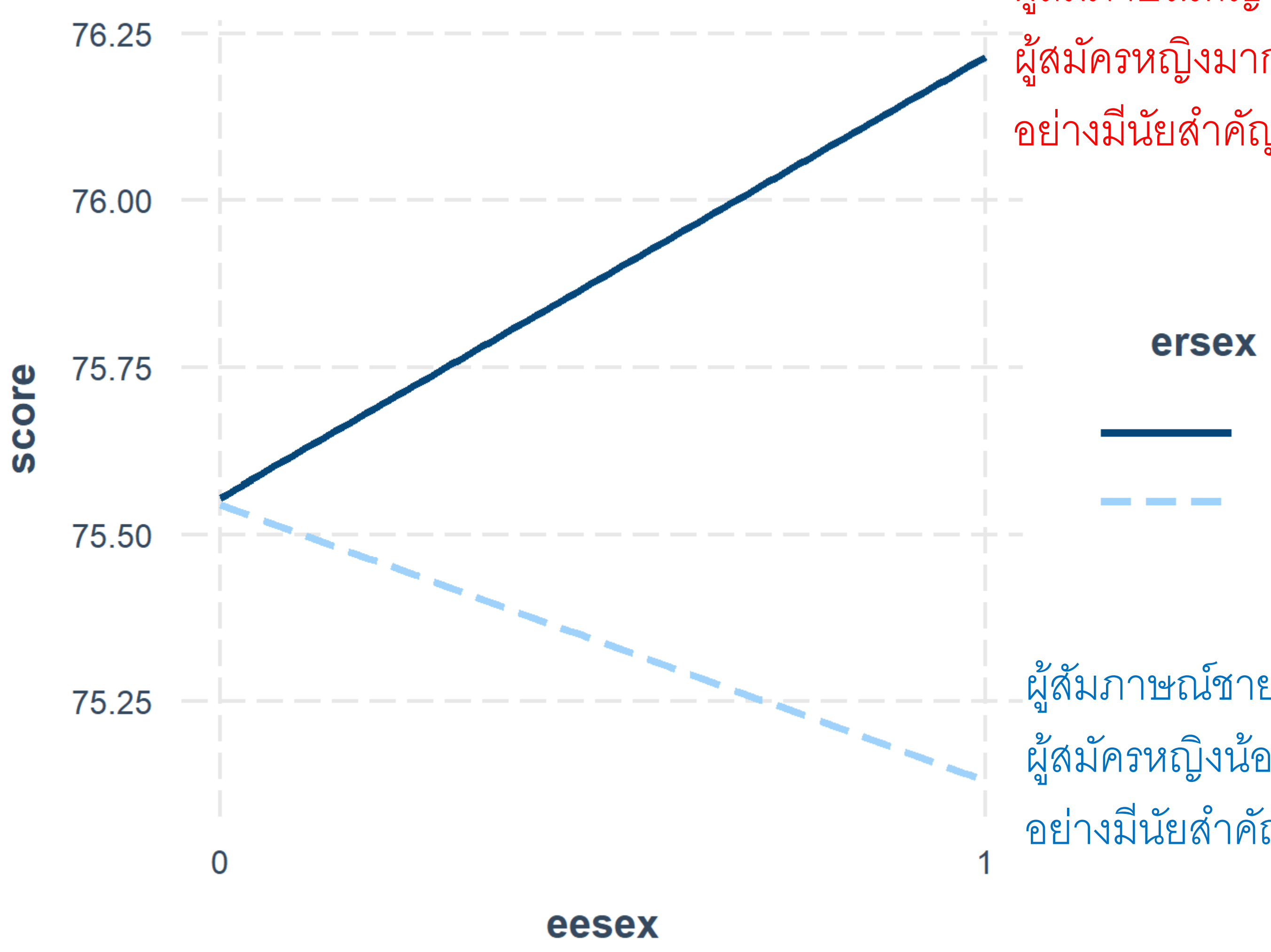
```
> library(interactions)
> sim_slopes(model=out2m1b, pred=eesex, modx=ersex)
```

```
JOHNSON-NEYMAN INTERVAL

When ersex is OUTSIDE the interval [0.17, 0.56], the slope of eesex is p <
.05.

Note: The range of observed values of ersex is [0.00, 1.00]

SIMPLE SLOPES ANALYSIS

Slope of eesex when ersex = 0.00 (0):

   Est.   S.E.   t val.      p
------- ------ -------- ------
  -0.41   0.14    -2.99   0.00

Slope of eesex when ersex = 1.00 (1):

  Est.   S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  0.66   0.14     4.78   0.00
```

ผู้สัมภาษณ์ชายประเมินผู้สมัครหญิงน้อยกว่าชายอย่างมีนัยสำคัญ

ผู้สัมภาษณ์หญิงประเมินผู้สมัครหญิงมากกว่าชายอย่างมีนัยสำคัญ

```
> interact_plot(model=out2m1b, pred=eesex, modx=ersex)
```



ผู้สัมภาษณ์หญิงประเมินผู้สมัครหญิงมากกว่าชายอย่างมีนัยสำคัญ

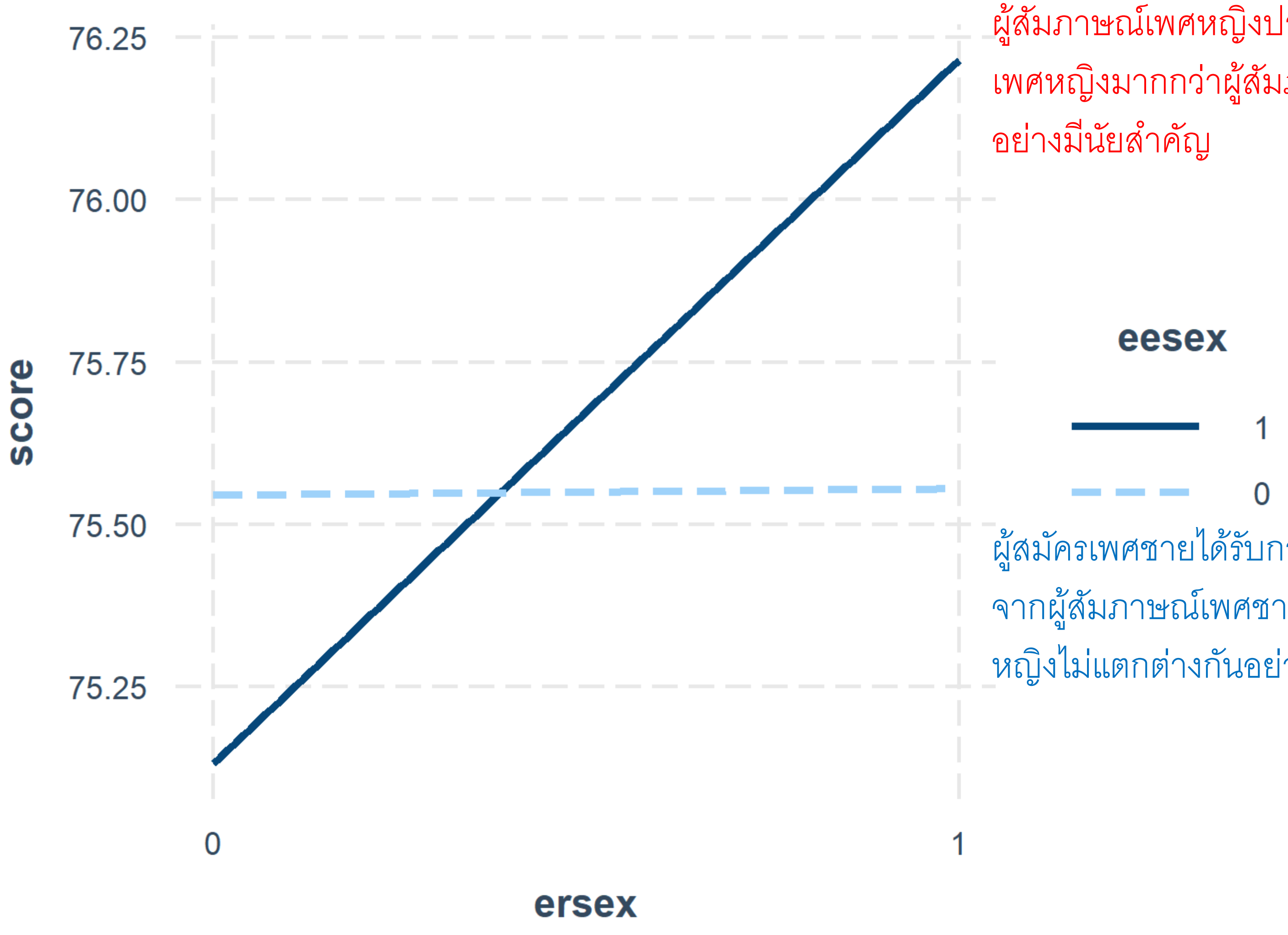
ผู้สัมภาษณ์ชายประเมินผู้สมัครหญิงน้อยกว่าชายอย่างมีนัยสำคัญ

```
> sim_slopes(model=out2m1b, pred=ersex, modx=eesex)
Using data dat2 from global environment. This could cause incorrect results if
dat2 has been altered since the model was fit. You can manually provide the data
to the "data =" argument.
JOHNSON-NEYMAN INTERVAL

When eesex is OUTSIDE the interval [-0.68, 0.55], the slope of ersex is p <
.05.

Note: The range of observed values of eesex is [0.00, 1.00]

SIMPLE SLOPES ANALYSIS

Slope of ersex when eesex = 0.00 (0):

  Est.   S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  0.01   0.31     0.03   0.97

Slope of ersex when eesex = 1.00 (1):

  Est.   S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  1.08   0.32     3.34   0.00
```

ผู้สมัครเพศชายได้รับการประเมิน
จากผู้สัมภาษณ์เพศชายและ
หญิงไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

ผู้สัมภาษณ์เพศหญิงประเมินผู้สมัคร
เพศหญิงมากกว่าผู้สัมภาษณ์เพศชาย
อย่างมีนัยสำคัญ

```
> interact_plot(model=out2m1b, pred=ersex, modx=eesex)
```

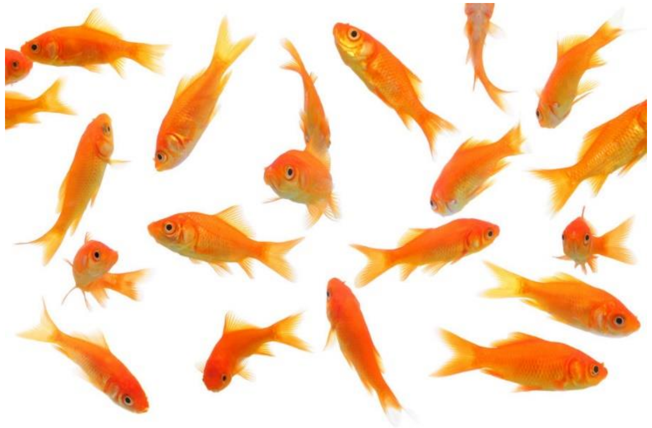


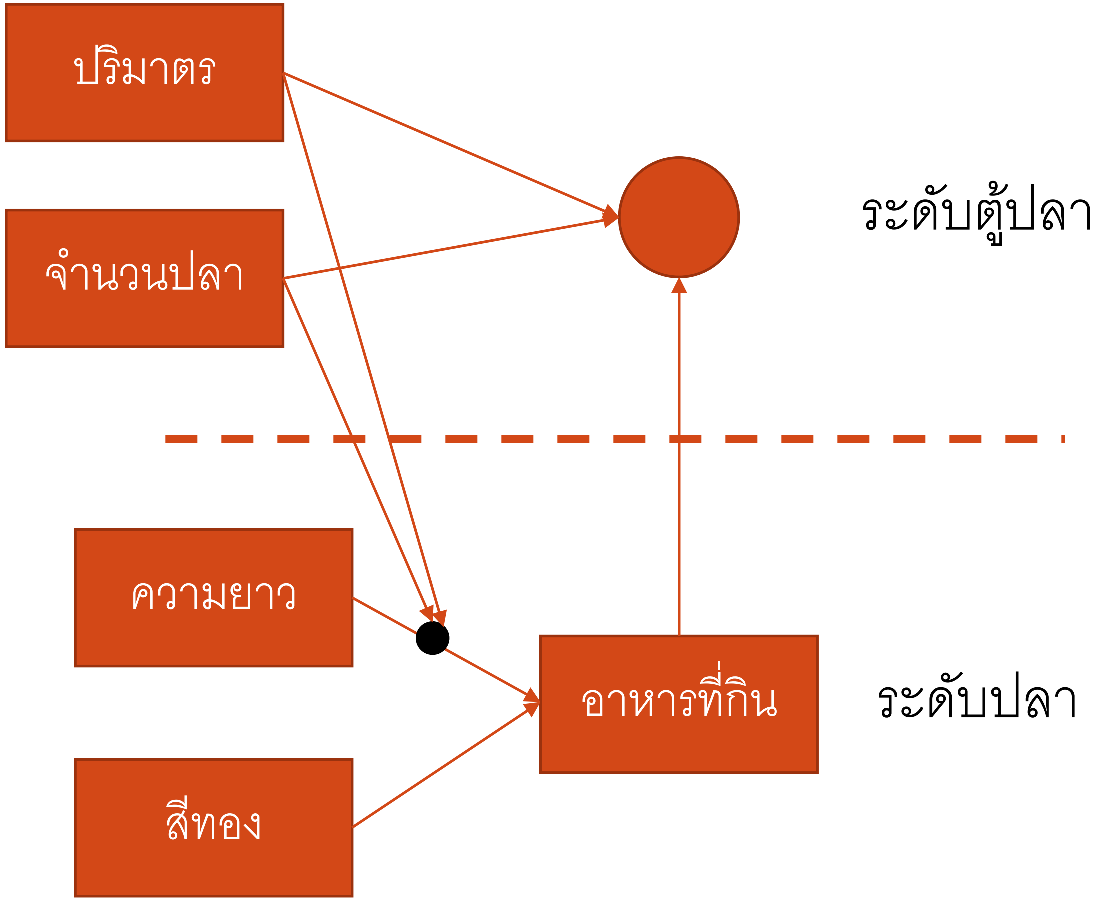
ผู้สัมภาษณ์เพศหญิงประเมินผู้สมัคร
เพศหญิงมากกว่าผู้สัมภาษณ์เพศชาย
อย่างมีนัยสำคัญ

ผู้สมัครเพศชายได้รับการประเมิน
จากผู้สัมภาษณ์เพศชายและ
หญิงไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

ปฏิสัมพันธ์ระหว่างระดับ

ตรวจสอบว่าความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของปลาและอาหารที่กินเปลี่ยนแปลงไปตามปริมาตรของตู้ปลา หรือจำนวนปลาในตู้หรือไม่





จากโมเดลความชันแบบสุ่ม ที่ทราบว่าอิทธิพลของความยาวปลาแตกต่างกันระหว่างกลุ่ม

```
> out1m1 <- lmer(consume ~ 1 + I(length - 15) + goldcolor + (1 + I(length - 15)|groupid),
+                data=dat1, REML=FALSE, control = lmerControl(optimizer ="Nelder_Mead"))
```

ทดสอบว่าปริมาตรและจำนวนปลาในตู้ปลา มีผลต่อจุดตัดแกน Y หรือไม่
(โมเดลที่ไม่มีปฏิสัมพันธ์)

```
> out1m1intcept <- lmer(consume ~ 1 + I(length - 15) + goldcolor + I(volume - 1) + I(nfish - 8)
+                       + (1 + I(length - 15)|groupid), data=dat1, REML=FALSE,
+                       control = lmerControl(optimizer ="Nelder_Mead"))
```

เปรียบเทียบทั้งสองโมเดลพบว่าการเพิ่มปริมาตรตู้ปลาและปริมาณปลาในตู้ สามารถอธิบายการกินอาหารปลาได้มากขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ

```
> anova(out1m1, out1m1intcept)
Data: dat1
Models:
out1m1: consume ~ 1 + I(length - 15) + goldcolor + (1 + I(length - 15) |
out1m1:     groupid)
out1m1intcept: consume ~ 1 + I(length - 15) + goldcolor + I(volume - 1) + I(nfish -
out1m1intcept:     8) + (1 + I(length - 15) | groupid)
              Df    AIC    BIC  logLik deviance  Chisq Chi Df Pr(>Chisq)
out1m1         7 4109.4 4142.3 -2047.7   4095.4
out1m1intcept  9 4072.2 4114.4 -2027.1   4054.2 41.214      2  1.123e-09 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

ทำนายความชันของความยาวปลา ด้วยปริมาตรของตู้ปลาและจำนวนปลาในตู้ (มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างความยาวปลาและปริมาตรตู้ปลา และระหว่างความยาวปลาและจำนวนปลาในตู้)

```
> out1m1slope <- lmer(consume ~ 1 + I(length - 15) + goldcolor + I(volume - 1) + I(nfish - 8)
+                    + I(length - 15):I(volume - 1) + I(length - 15):I(nfish - 8)
+                    + (1 + I(length - 15)|groupid),
+                    data=dat1, REML=FALSE, control = lmerControl(optimizer ="Nelder_Mead"))
```

เปรียบเทียบระหว่างโมเดลที่มีปฏิสัมพันธ์และไม่มีปฏิสัมพันธ์

```
> anova(out1m1intcept, out1m1slope)
Data: dat1
Models:
out1m1intcept: consume ~ 1 + I(length - 15) + goldcolor + I(volume - 1) + I(nfish -
out1m1intcept:     8) + (1 + I(length - 15) | groupid)
out1m1slope: consume ~ 1 + I(length - 15) + goldcolor + I(volume - 1) + I(nfish -
out1m1slope:     8) + I(length - 15):I(volume - 1) + I(length - 15):I(nfish -
out1m1slope:     8) + (1 + I(length - 15) | groupid)
              Df    AIC    BIC  logLik deviance  Chisq Chi Df Pr(>Chisq)
out1m1intcept  9 4072.2 4114.4 -2027.1   4054.2
out1m1slope   11 4070.8 4122.5 -2024.4   4048.8 5.3731      2    0.06811 .
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความยาวปลาและปริมาตรตู้ปลา และระหว่างความยาวปลาและจำนวนปลาในตู้ มีผลในการทำนายปริมาณการกินอาหารของปลาไม่ถึงระดับนัยสำคัญ

```
> summary(out1m1slope)
Linear mixed model fit by maximum likelihood  ['lmerMod']
Formula: consume ~ 1 + I(length - 15) + goldcolor + I(volume - 1) + I(nfish -
    8) + I(volume - 1):I(length - 15) + I(volume - 1):I(nfish -
    8) + (1 + I(length - 15) | groupid)
   Data: dat1
Control: lmerControl(optimizer = "Nelder_Mead")

     AIC      BIC   logLik deviance df.resid
  4069.5   4121.2  -2023.8   4047.5      800

Scaled residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-3.2567 -0.6581  0.0594  0.6379  2.7998

Random effects:
 Groups   Name           Variance Std.Dev. Corr
 groupid  (Intercept)    12.40581 3.5222
          I(length - 15)  0.01197 0.1094   0.71
 Residual                 5.98557 2.4465
Number of obs: 811, groups:  groupid, 100

Fixed effects:
                             Estimate Std. Error t value
(Intercept)                  44.11875    0.77189  57.157
I(length - 15)                0.91562    0.02868  31.927
goldcolor                    -0.48621    0.18321  -2.654
I(volume - 1)                15.45370    2.02245   7.641
I(nfish - 8)                 -1.20532    0.21944  -5.493
I(length - 15):I(volume - 1)  0.18782    0.08008   2.345   sig
I(volume - 1):I(nfish - 8)   -0.43955    0.36479  -1.205   Not sig
```

ถ้าตัวแปรทั้งสอง เป็นตัวแปรที่จัดชุดเดียวกันได้ (เช่น ตัวแปรจัดกลุ่มแบ่งเป็นตัวแปรดัมมี่ ชุดตัวแปรบุคลิกภาพ 5 แบบ) ควรเชื่อผลการวิเคราะห์รวม ถ้าผลการวิเคราะห์รวมไม่ถึงระดับนัยสำคัญ ก็ไม่ควรไปต่อ

อย่างไรก็ตาม เมื่อมาดูปฏิสัมพันธ์ทีละคู่พบว่าตัวหนึ่งถึงระดับนัยสำคัญ และอีกตัวหนึ่งไม่ถึงระดับนัยสำคัญ

ในที่นี้ ความเป็นชุดยังไม่ชัดเจน เพื่อใช้ในการสอน จึงมองปฏิสัมพันธ์ทั้งสองแยกกันโดยนำปฏิสัมพันธ์กับจำนวนปลาออก

ทำนายความชันของปลาด้วยปริมาตรของตู้ปลาเพียงอย่างเดียว

```
> out1m1trimmed <- lmer(consume ~ 1 + I(length - 15) + goldcolor + I(volume - 1) + I(nfish - 8)
+                       + I(volume - 1):I(length - 15) + (1 + I(length - 15)|groupid),
+                       data=dat1, REML=FALSE, control = lmerControl(optimizer ="Nelder_Mead"))
```

เปรียบเทียบระหว่างโมเดลที่มีปฏิสัมพันธ์และไม่มีปฏิสัมพันธ์

```
> anova(out1m1intcept, out1m1trimmed)
Data: dat1
Models:
out1m1intcept: consume ~ 1 + I(length - 15) + goldcolor + I(volume - 1) + I(nfish -
out1m1intcept:     8) + (1 + I(length - 15) | groupid)
out1m1trimmed: consume ~ 1 + I(length - 15) + goldcolor + I(volume - 1) + I(nfish -
out1m1trimmed:     8) + I(volume - 1):I(length - 15) + (1 + I(length - 15) |
out1m1trimmed:     groupid)
              Df    AIC    BIC  logLik deviance  Chisq Chi Df Pr(>Chisq)
out1m1intcept  9 4072.2 4114.4 -2027.1   4054.2
out1m1trimmed 10 4068.9 4115.9 -2024.5   4048.9 5.2431      1    0.02203 *
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

พบว่าปริมาตรของตู้ปลากำกับอิทธิพลของความยาวปลาที่มีต่อการกินอาหารของปลา

```
> summary(out1m1trimmed)
Linear mixed model fit by maximum likelihood  ['lmerMod']
Formula: consume ~ 1 + I(length - 15) + goldcolor + I(volume - 1) + I(nfish -
    8) + I(volume - 1):I(length - 15) + (1 + I(length - 15) |      groupid)
   Data: dat1
Control: lmerControl(optimizer = "Nelder_Mead")

     AIC      BIC   logLik deviance df.resid
  4068.9   4115.9  -2024.5   4048.9      801

Scaled residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-3.2580 -0.6570  0.0492  0.6325  2.8096

Random effects:
 Groups   Name           Variance Std.Dev. Corr
 groupid  (Intercept)    12.36109 3.5158
          I(length - 15)  0.01178 0.1085   0.67
 Residual                 5.98870 2.4472
Number of obs: 811, groups:  groupid, 100

Fixed effects:
                            Estimate Std. Error t value
(Intercept)                 43.72636    0.69806  62.640
I(length - 15)               0.91655    0.02861  32.038   sig
goldcolor                   -0.49156    0.18333  -2.681   sig
I(volume - 1)               14.91728    1.97460   7.555   sig
I(nfish - 8)                -1.09049    0.19743  -5.523   sig
I(length - 15):I(volume - 1) 0.19096    0.07989   2.390   sig
```

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}(X_{1ij} - 15) + \beta_{2j}X_{2ij} + e_{ij}$$

$$\beta_{0j} = 43.73 + 14.92(W_{1j} - 1) - 1.09(W_{2j} - 8) + u_{0j}$$

$$\beta_{1j} = 0.92 + 0.19(W_{1j} - 1) + u_{1j}; \beta_{2j} = -0.49$$

$$Cor(u_{0j}, u_{1j}) = .67$$

$$Var(u_{0j}) = 12.36$$

$$Var(u_{1j}) = 0.012$$

$$Var(e_{ij}) = 5.99$$

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}(X_{1ij} - 15) + \beta_{2j}X_{2ij} + e_{ij}$$

$$\beta_{0j} = 43.73 + 14.92(W_{1j} - 1) - 1.09(W_{2j} - 8) + u_{0j}$$

$$\beta_{1j} = 0.92 + 0.19(W_{1j} - 1) + u_{1j}; \beta_{2j} = -0.49$$

$$\text{Cor}(u_{0j}, u_{1j}) = .67$$

$$\text{Var}(u_{0j}) = 12.36$$

$$\text{Var}(u_{1j}) = 0.012$$

$$\text{Var}(e_{ij}) = 5.99$$

$$Y_{ij} = 43.73 + 0.92(X_{1ij} - 15) + 14.92(W_{1j} - 1) + 0.19(W_{1j} - 1)(X_{1ij} - 15)$$
$$-0.49X_{2ij} - 1.09(W_{2j} - 8) + u_{0j} + u_{1j}(X_{1ij} - 15) + e_{ij}$$

ปลาที่ความยาว 15 ซม. ไม่ได้มีสีทองแท้ ที่อยู่ในตู้ปลาที่ปริมาตรเท่ากับ 1 ลบ.ม. มีจำนวนปลา 8 ตัว เท่ากับ 43.73 เม็ดต่อวัน

ในตู้ปลาที่มีปริมาตร 1 ลบ.ม. เมื่อปลามีความยาวเพิ่มขึ้น 1 ซม. อาหารที่กินจะเพิ่มขึ้น 0.92 เม็ดต่อวัน เมื่อควบคุมความยาวของปลา และจำนวนปลาในตู้ในคงที่

เทียบกับระหว่างปลาที่มีความยาว 15 ซม. ที่มีสีเดียวกัน และจำนวนปลาในตู้เท่ากัน เมื่อตู้ปลามีขนาดเพิ่มขึ้น 1 ลบ.ม. อาหารที่ปลาตัวนี้กินจะเพิ่มขึ้น 14.92 เม็ดต่อวัน

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}(X_{1ij} - 15) + \beta_{2j}X_{2ij} + e_{ij}$$

$$\beta_{0j} = 43.73 + 14.92(W_{1j} - 1) - 1.09(W_{2j} - 8) + u_{0j}$$

$$\beta_{1j} = 0.92 + 0.19(W_{1j} - 1) + u_{1j}; \beta_{2j} = -0.49$$

$$\text{Cor}(u_{0j}, u_{1j}) = .67$$

$$\text{Var}(u_{0j}) = 12.36$$

$$\text{Var}(u_{1j}) = 0.012$$

$$\text{Var}(e_{ij}) = 5.99$$

$$Y_{ij} = 43.73 + 0.92(X_{1ij} - 15) + 14.92(W_{1j} - 1) + 0.19(W_{1j} - 1)(X_{1ij} - 15)$$
$$-0.49X_{2ij} - 1.09(W_{2j} - 8) + u_{0j} + u_{1j}(X_{1ij} - 15) + e_{ij}$$

เมื่อตู้ปลามีขนาดเพิ่มขึ้น 1 ลบ.ม. ความชันของความยาวปลาที่มีต่อการกินอาหารปลา เพิ่มขึ้น 0.19 เม็ดต่อวัน เมื่อควบคุมสีของปลา และจำนวนปลาในตู้ให้คงที่

ปลาสีทองไม่แท้ มีการกินอาหารมากกว่าปลาสีทองแท้ 0.49 เม็ดต่อวัน เมื่อควบคุมความยาวปลา ปริมาตรของตู้ และจำนวนปลาในตู้ให้คงที่

เมื่อจำนวนปลาในตู้เพิ่มขึ้น 1 ตัว ปริมาณอาหารปลาที่กินต่อวันลดลง 1.09 เม็ด เมื่อควบคุมความยาวของปลา สีของปลา และปริมาตรของตู้ปลาให้คงที่

```
> mean(dat1$length) - sd(dat1$length)
[1] 9.056527
> mean(dat1$length)
[1] 14.06846
> mean(dat1$length) + sd(dat1$length)
[1] 19.08039
> lengthval <- c(9, 14, 19)
>
> mean(dat1$volume) - sd(dat1$volume)
[1] 0.4918327
> mean(dat1$volume)
[1] 0.7783384
> mean(dat1$volume) + sd(dat1$volume)
[1] 1.064844
> volumeval <- c(0.5, 0.8, 1.1)
```

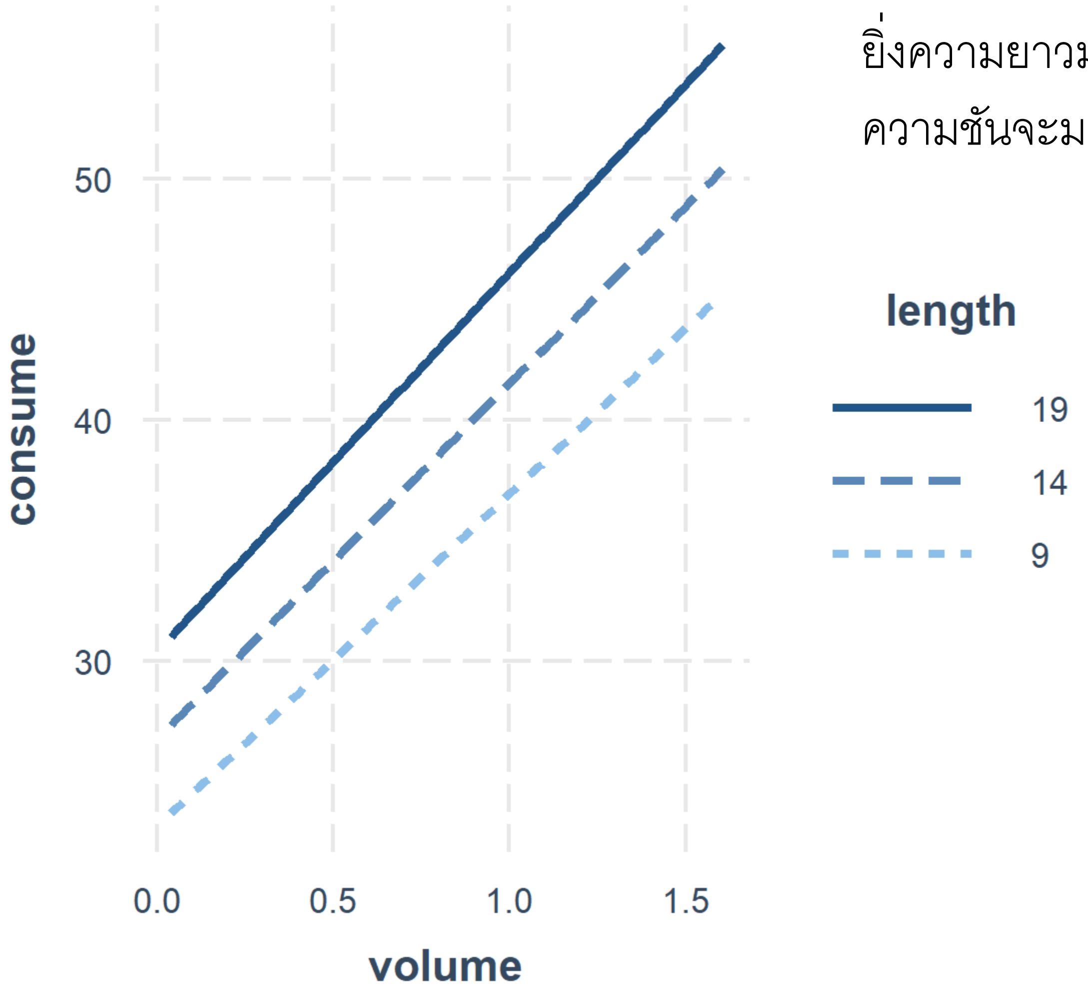
กำหนดค่าเพื่อไปใช้หาความชันย่อย

Interactions Package ไม่สามารถหาความชันย่อยเมื่อใช้ I ( ) กับตัวแปรต้นหลัก และตัวแปรกำกับ จึงวิเคราะห์ข้อมูลใหม่ เอา I ( ) ออก

```
> o1m1 <- lmer(consume ~ 1 + goldcolor + I(nfish - 8)
+                        + length*volume + (1 + length|groupid),
+                        data=dat1, REML=FALSE, control = lmerControl(optimizer ="Nelder_Mead"))

> sim_slopes(model=o1m1, pred=volume, modx=length, modx.values = lengthval)
Using data dat1 from global environment. This could cause incorrect results if dat1 has been
altered since the model was fit. You can manually provide the data to the "data =" argument.
JOHNSON-NEYMAN INTERVAL

When length is OUTSIDE the interval [-391.49, -28.00], the slope of volume is p < .05.

Note: The range of observed values of length is [3.17, 24.33]

SIMPLE SLOPES ANALYSIS

Slope of volume when length =  9.00:

   Est.   S.E.   t val.      p
------- ------ -------- ------
  13.77   1.93     7.13   0.00

Slope of volume when length = 14.00:

   Est.   S.E.   t val.      p
------- ------ -------- ------
  14.73   2.00     7.38   0.00

Slope of volume when length = 19.00:

   Est.   S.E.   t val.      p
------- ------ -------- ------
  15.68   2.14     7.34   0.00
```

เมื่อความยาวของปลาต่ำ (9 ซม.), ปานกลาง (14 ซม.), หรือสูง (19 ซม.) อิทธิพลของปริมาตรที่มีต่อการกินอาหารปลาเป็นไปในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญ โดยความยาวยิ่งเพิ่ม อิทธิพลของปริมาตรตู้ปลาที่มีต่อการกินอาหารยิ่งสูง

```
> interact_plot(model=o1m1, pred=volume, modx=length, modx.values = lengthval, cond.int = TRUE)
```

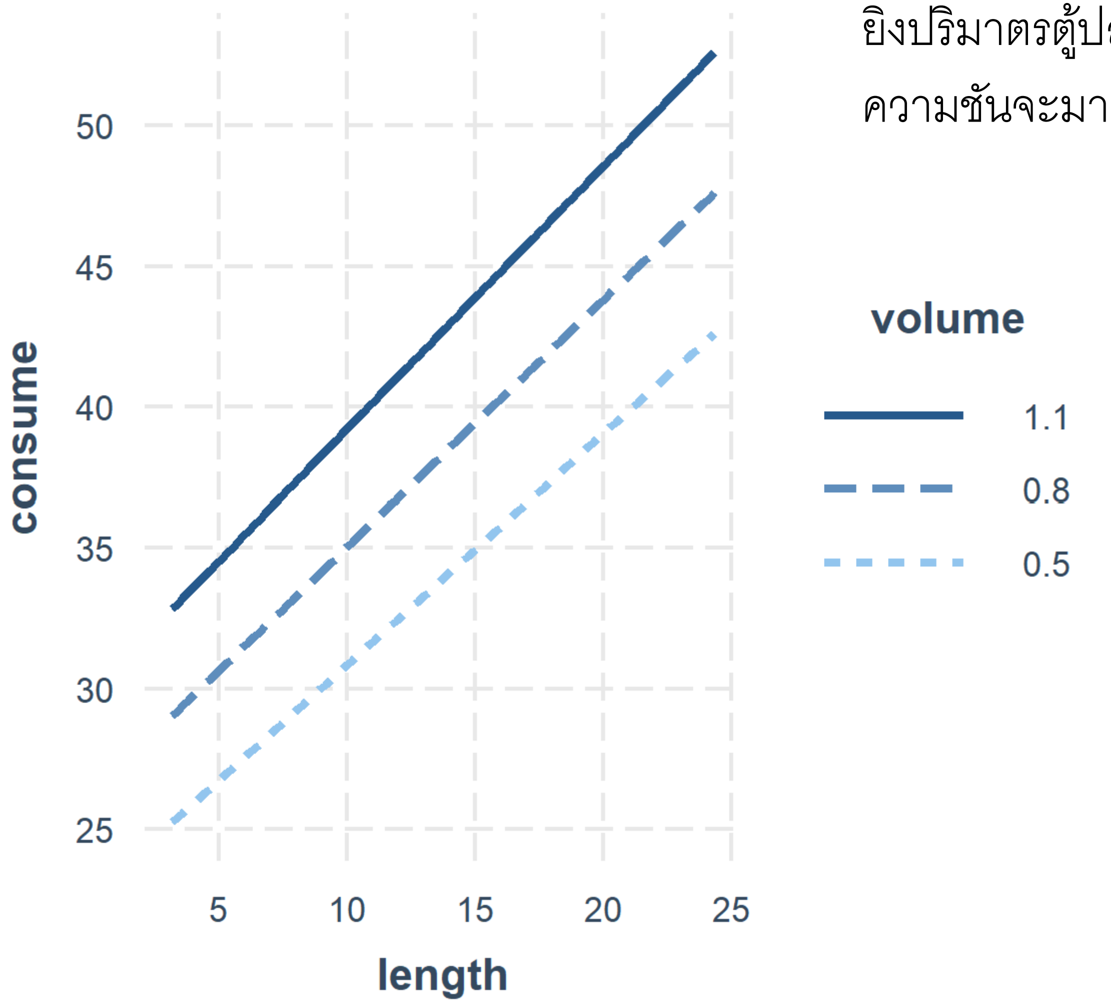


ยิ่งความยาวมากขึ้น
ความชันจะมากขึ้นเล็กน้อย

```
> sim_slopes(model=o1m1, pred=length, modx=volume, modx.values = volumeval)
Using data dat1 from global environment. This could cause incorrect results if dat1 has been
altered since the model was fit. You can manually provide the data to the "data =" argument.
JOHNSON-NEYMAN INTERVAL

When volume is OUTSIDE the interval [-24.81, -1.73], the slope of length is p < .05.

Note: The range of observed values of volume is [0.04, 1.60]

SIMPLE SLOPES ANALYSIS

Slope of length when volume = 0.50:

  Est.   S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  0.82   0.03    26.01   0.00

Slope of length when volume = 0.80:

  Est.   S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  0.88   0.02    38.90   0.00

Slope of length when volume = 1.10:

  Est.   S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  0.94   0.03    26.87   0.00
```

เมื่อปริมาตรของตู้ปลาต่ำ (0.5 ลบ.ม.), ปานกลาง (0.8 ลบ.ม.), หรือสูง (1.1 ลบ.ม.) อิทธิพลของความยาวปลาที่มีต่อการกินอาหารปลาเป็นไปในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญ โดยปริมาตรยิ่งเพิ่ม อิทธิพลของความยาวปลาที่มีต่อการกินอาหารยิ่งสูง

```
> interact_plot(model=o1m1, pred=length, modx=volume, modx.values = volumeval, cond.int = TRUE)
```



ยิ่งปริมาตรตู้ปลามากขึ้น
ความชันจะมากขึ้นเล็กน้อย

ปฏิสัมพันธ์ระหว่างระดับ

- การใส่ตัวแปรระดับกลุ่มแบ่งได้ 3 รูปแบบ

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1ij} + e_{ij}$$

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}W_{1j} + u_{0j}$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}W_{1j} + u_{1j}$$

แสดงว่า X_1 และ W_1 มีปฏิสัมพันธ์กัน

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1ij} + e_{ij}$$

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}W_{1j} + u_{0j}$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + u_{1j}$$

แสดงว่า X_1 และ W_1 ไม่มีปฏิสัมพันธ์กัน

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1ij} + e_{ij}$$

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}W_{1j} + u_{1j}$$

ไม่ควรทำ เพราะมีปฏิสัมพันธ์ระหว่าง X_1 และ W_1 การไปทำให้ $\gamma_{01} = 0$ จะทำให้คำนวณความชันอย่างง่ายไม่ได้

ปฏิสัมพันธ์รูปแบบอื่น

- ที่ผ่านมา กล่าวถึง ปฏิสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรระดับที่หนึ่งและระดับที่สอง
- ในการวิเคราะห์พหุระดับสามารถวิเคราะห์ปฏิสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรระดับที่หนึ่งด้วยกัน หรือระดับที่สองด้วยกัน

ปฏิสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรระดับที่หนึ่ง

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1ij} + \beta_{2j}X_{2ij} + \beta_{3j}X_{1ij}X_{2ij} + e_{ij}$$

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + u_{1j}$$

$$\beta_{2j} = \gamma_{20} + u_{2j}$$

$$\beta_{3j} = \gamma_{30} + u_{3j}$$

ปฏิสัมพันธ์สามารถแตกต่างกันระหว่างกลุ่มได้

ปฏิสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรระดับที่สอง

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + e_{ij}$$

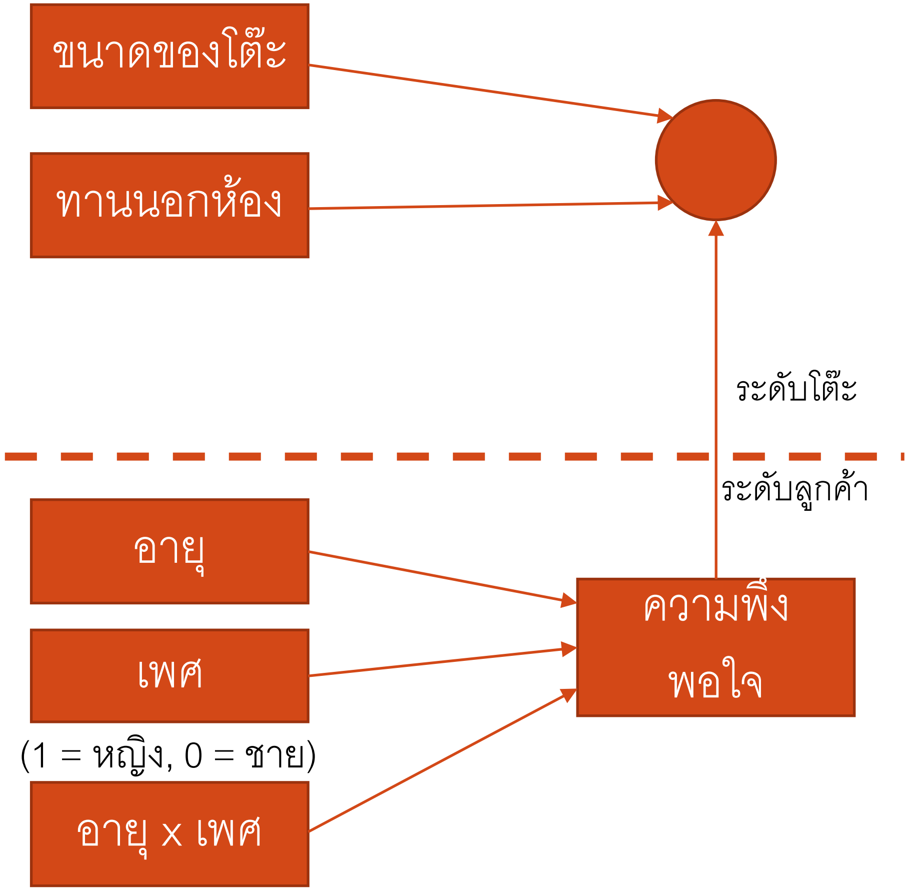
$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}W_{1j} + \gamma_{02}W_{2j} + \gamma_{03}W_{1j}W_{2j} + u_{0j}$$

ปฏิสัมพันธ์รูปแบบอื่น

- กระบวนการทดสอบปฏิสัมพันธ์สามารถใช้ *z*-test หรือการทดสอบความเป็นไปได้ (Likelihood Ratio Test) ได้
- การตรวจสอบปฏิสัมพันธ์สามารถใช้ Interactions Package ได้เช่นเดิม

ปฏิสัมพันธ์รูปแบบอื่น

ศึกษาว่าเพศและอายุมีปฏิสัมพันธ์ต่อ
ความพึงพอใจหรือไม่



```
> out3m1 <- lmer(sat ~ 1 + I(age - 40)*female + I(numperson-4) + outdoor
+              + (1|tableid), data=dat3, REML=FALSE)
> summary(out3m1)
Linear mixed model fit by maximum likelihood  ['lmerMod']
Formula: sat ~ 1 + I(age - 40) * female + I(numperson - 4) + outdoor +      (1 | tableid)
   Data: dat3

     AIC      BIC   logLik deviance df.resid
 16541.1  16586.9  -8262.5  16525.1     2254

Scaled residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-3.00219 -0.59995 -0.00421  0.61277  2.87979

Random effects:
 Groups   Name        Variance Std.Dev.
 tableid  (Intercept) 65.93    8.119
 Residual             59.60    7.720
Number of obs: 2262, groups:  tableid, 500

Fixed effects:
                   Estimate Std. Error t value
(Intercept)        65.02384    0.62221 104.504   sig
I(age - 40)         0.24028    0.01816  13.234   sig
female             -1.98218    0.37652  -5.264   sig
I(numperson - 4)   -0.26536    0.19641  -1.351   no sig
outdoor             3.01743    0.80863   3.732   sig
I(age - 40):female  0.03998    0.02504   1.597   no sig
```

ในที่นี้ ปฏิสัมพันธ์ไม่ถึงระดับนัยสำคัญ แต่จะตรวจสอบปฏิสัมพันธ์ต่อไป เพื่อประโยชน์ทางการสอน

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}(X_{1ij} - 40) + \beta_{2j}X_{2ij} + \beta_{3j}(X_{1ij} - 40)X_{2ij} + e_{ij}$$

$$\beta_{0j} = 65.02 - 0.27(W_{1j} - 4) + 3.02W_{2j} + u_{0j}$$

$$\beta_{1j} = 0.24; \beta_{2j} = -1.98\,; \beta_{3j} = 0.04$$

$$\mathrm{Var}(u_{0j}) = 12.36$$

$$\mathrm{Var}(e_{ij}) = 5.99$$

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}(X_{1ij} - 40) + \beta_{2j}X_{2ij} + \beta_{3j}(X_{1ij} - 40)X_{2ij} + e_{ij}$$

$$\beta_{0j} = 65.02 - 0.27(W_{1j} - 4) + 3.02W_{2j} + u_{0j} \qquad \mathrm{Var}(u_{0j}) = 12.36$$

$$\beta_{1j} = 0.24; \beta_{2j} = -1.98; \beta_{3j} = 0.04 \qquad \mathrm{Var}(e_{ij}) = 5.99$$

$$Y_{ij} = 65.02 + 0.24(X_{1ij} - 40) - 1.98X_{2ij} + 0.04(X_{1ij} - 40)X_{2ij} - 0.27(W_{1j} - 4) + 3.02W_{2j} + u_{0j} + e_{ij}$$

ความพึงพอใจของลูกค้าเพศชายอายุ 40 ปี ในโต๊ะนั่ง 4 คนอยู่ในร่ม เท่ากับ 65.02 คะแนน

หากลูกค้าเพศชาย อายุเพิ่มขึ้น 1 ปีภายในโต๊ะรูปแบบเดียวกัน (ควบคุมจำนวนคนนั่งและตำแหน่งของในร้านหรือนอกร้าน) ความพึงพอใจจะมากขึ้น 0.24 คะแนน

เพศชายมีความพึงพอใจมากกว่าเพศหญิง 1.98 คะแนน เมื่อควบคุมอายุให้เท่ากับ 40 ปี และให้อยู่ภายในโต๊ะรูปแบบเดียวกัน

ความพึงพอใจที่เพศชายมีมากกว่าเพศหญิงจะมีขนาดลงลง 0.04 คะแนน หากอายุเพิ่มขึ้น 1 ปี เมื่อควบคุมให้อยู่ภายในโต๊ะรูปแบบเดียวกัน ซึ่งปฏิสัมพันธ์นี้ไม่ถึงระดับนัยสำคัญ

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}(X_{1ij} - 40) + \beta_{2j}X_{2ij} + \beta_{3j}(X_{1ij} - 40)X_{2ij} + e_{ij}$$

$$\beta_{0j} = 65.02 - 0.27(W_{1j} - 4) + 3.02W_{2j} + u_{0j} \qquad \mathrm{Var}(u_{0j}) = 12.36$$

$$\beta_{1j} = 0.24; \beta_{2j} = -1.98; \beta_{3j} = 0.04 \qquad \mathrm{Var}(e_{ij}) = 5.99$$

$$\begin{aligned} Y_{ij} = {} & 65.02 + 0.24(X_{1ij} - 40) - 1.98X_{2ij} + 0.04(X_{1ij} - 40)X_{2ij} \\ & -0.27(W_{1j} - 4) + 3.02W_{2j} + u_{0j} + e_{ij} \end{aligned}$$

หากจำนวนคนในโต๊ะเพิ่มขึ้น 1 คน ควบคุมตำแหน่งในร่มหรือนอกร้านให้คงที่ ควบคุมเพศและอายุของผู้ประเมิน ความพึงพอใจจะลดลง 0.27 คะแนน ซึ่งขนาดอิทธิพลไม่ถึงระดับนัยสำคัญ

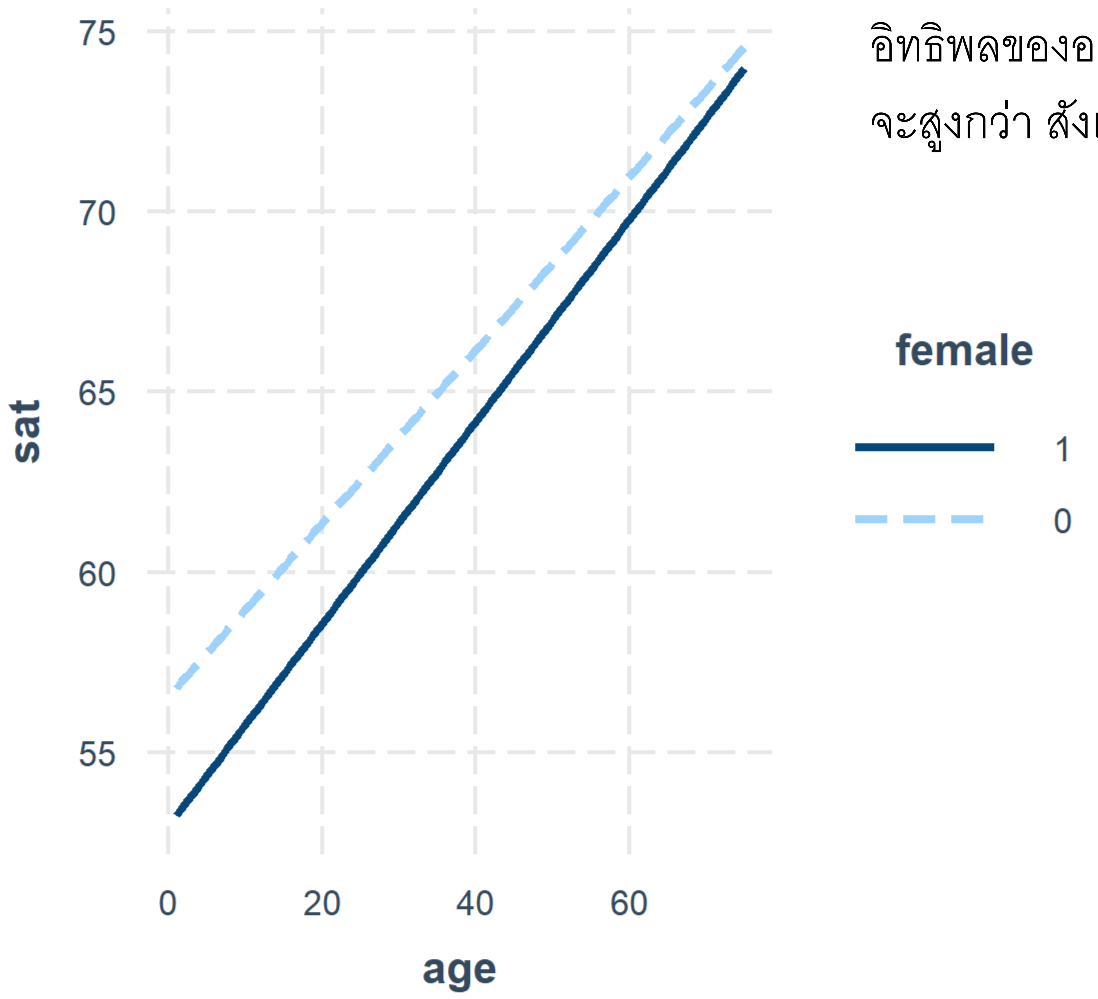
โต๊ะภายนอกร้านจะได้รับการประเมินความพึงพอใจสูงกว่าโต๊ะในร้าน 3.02 คะแนน เมื่อควบคุมจำนวนโต๊ะ เพศและอายุของผู้ประเมิน

```
> out3m1a <- lmer(sat ~ 1 + age*female + I(numperson-4) + outdoor
+                 + (1|tableid), data=dat3, REML=FALSE)
> sim_slopes(model=out3m1a, pred=age, modx=female, modx.values = c(0, 1))
Using data dat3 from global environment. This could cause incorrect results if dat3 has been
altered since the model was fit. You can manually provide the data to the "data =" argument.
JOHNSON-NEYMAN INTERVAL

When female is INSIDE the interval [-2.38, 29.20], the slope of age is p < .05.

Note: The range of observed values of female is [0.00, 1.00]

SIMPLE SLOPES ANALYSIS

Slope of age when female = 0.00:

  Est.   S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  0.24   0.02    13.22   0.00

Slope of age when female = 1.00:

  Est.   S.E.   t val.      p
------ ------ -------- ------
  0.28   0.02    16.36   0.00
```

หากลูกค้าชายอายุมากขึ้น จะประเมินความพึงพอใจสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ

หากลูกค้าหญิงอายุมากขึ้น จะประเมินความพึงพอใจสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ

```
> interact_plot(model=out3m1a, pred=age, modx=female, modx.values = c(0, 1))
```



อิทธิพลของอายุต่อความพึงพอใจในเพศหญิงจะสูงกว่า สังเกตจากกราฟที่ชันกว่า

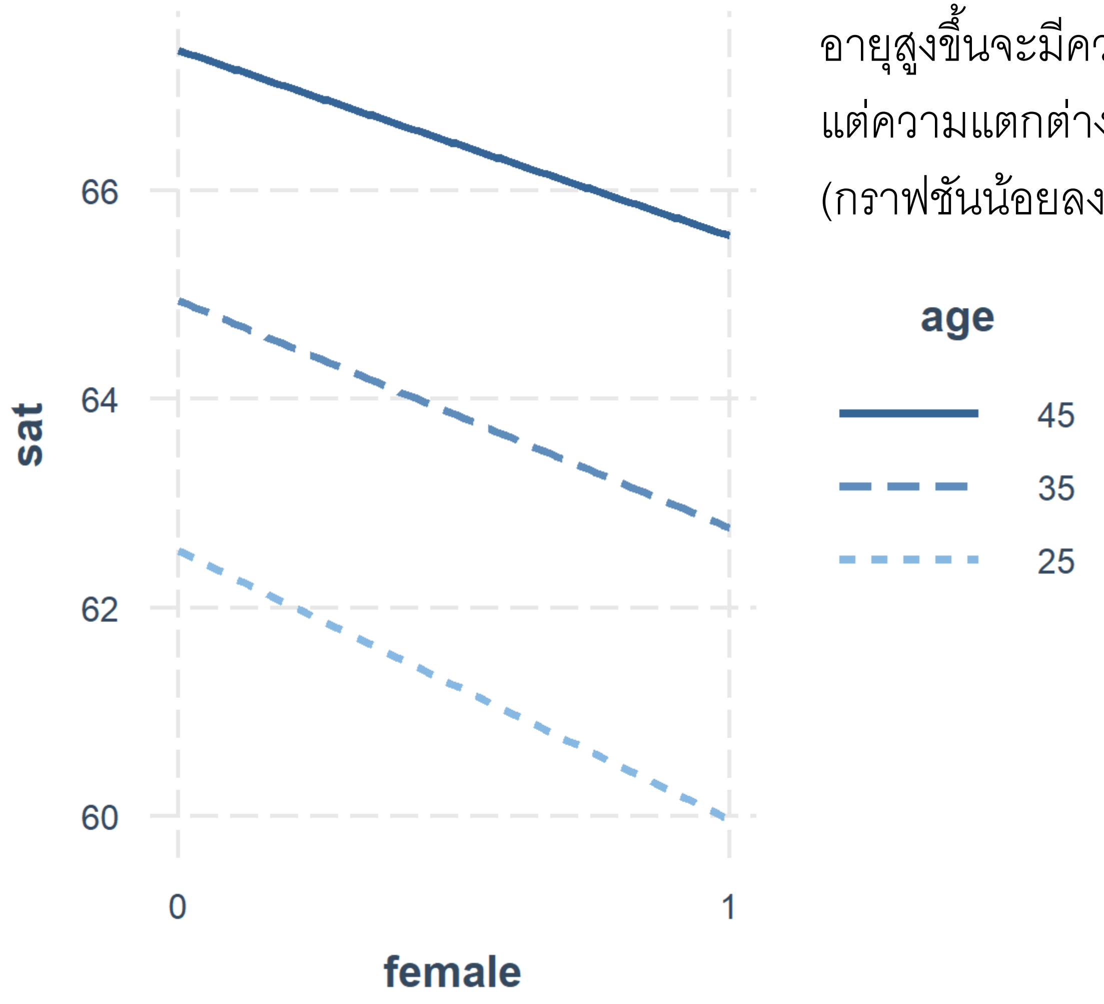
```
> quantile(dat3$age, c(0.25, 0.50, 0.75))
  25%   50%   75% 
25.00 36.00 46.75 
> ageval <- c(25, 35, 45)

> sim_slopes(model=out3m1a, pred=female, modx=age, modx.values = ageval)
Using data dat3 from global environment. This could cause incorrect results if dat3 has been
altered since the model was fit. You can manually provide the data to the "data =" argument.
JOHNSON-NEYMAN INTERVAL

When age is INSIDE the interval [-197.59, 57.54], the slope of female is p < .05.

Note: The range of observed values of age is [1.00, 75.00]

SIMPLE SLOPES ANALYSIS

Slope of female when age = 25.00: 

   Est.   S.E.   t val.      p
------- ------ -------- ------
  -2.58   0.45    -5.71   0.00

Slope of female when age = 35.00: 

   Est.   S.E.   t val.      p
------- ------ -------- ------
  -2.18   0.36    -6.02   0.00

Slope of female when age = 45.00: 

   Est.   S.E.   t val.      p
------- ------ -------- ------
  -1.78   0.43    -4.15   0.00
```

ลูกค้าอายุ 25 ปี เพศชาย จะประเมินความพึงพอใจสูงกว่าเพศหญิงอย่างมีนัยสำคัญ

ลูกค้าอายุ 35 ปี เพศชาย จะประเมินความพึงพอใจสูงกว่าเพศหญิงอย่างมีนัยสำคัญ

ลูกค้าอายุ 45 ปี เพศชาย จะประเมินความพึงพอใจสูงกว่าเพศหญิงอย่างมีนัยสำคัญ

```
> interact_plot(model=out3m1a, pred=female, modx=age, modx.values = ageval)
```



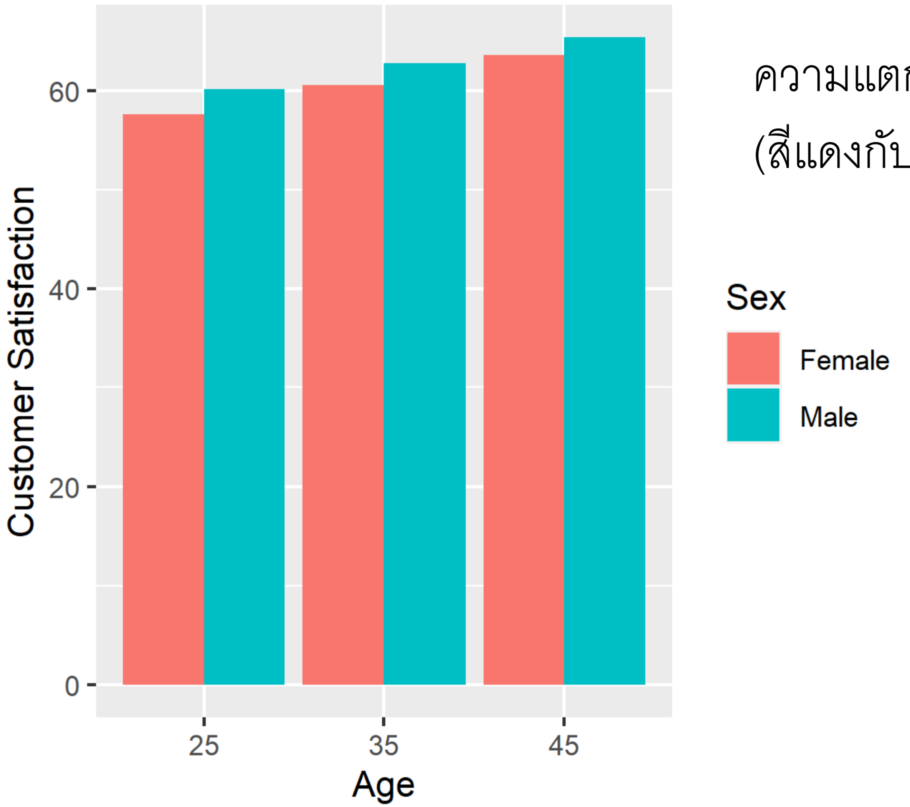
อายุสูงขึ้นจะมีความพึงพอใจมากขึ้น
แต่ความแตกต่างระหว่างเพศจะน้อยลง
(กราฟชันน้อยลง) เมื่ออายุมากขึ้น

```
> out <- sim_slopes(model=out3m1a, pred=female, modx=age, modx.values = ageval)
Using data dat3 from global environment. This could cause incorrect results if dat3 has been
altered since the model was fit. You can manually provide the data to the "data =" argument.
> out$ints
  Value of age     Est.      S.E.     2.5%    97.5%   t val.             p
1           25 60.15991 1.031141 58.14564 62.17418 58.34305 1.022540e-214
2           35 62.76776 1.021448 60.77251 64.76301 61.44982 4.724007e-219
3           45 65.37562 1.026823 63.36982 67.38142 63.66786 4.814870e-228
> out$slopes
  Value of age      Est.      S.E.      2.5%     97.5%    t val.            p
1           25 -2.581921 0.4525202 -3.467833 -1.696008 -5.705649 1.338296e-08
2           35 -2.182094 0.3627457 -2.892226 -1.471962 -6.015493 2.136203e-09
3           45 -1.782268 0.4289849 -2.622084 -0.942451 -4.154616 3.399653e-05
```

อายุ \ เพศ	ลูกค้าชาย (female = 0)	ลูกค้าหญิง (female = 1)
25	60.16	60.16 – 2.58 = 57.58
35	62.77	62.77 – 2.18 = 60.59
45	65.38	65.38 – 1.78 = 63.59

```
> mydat <- data.frame(sex=c(rep("Male", 3), rep("Female", 3)),
+                     age=rep(ageval, 2),
+                     sat=c(out$ints[,"Est."], out$ints[,"Est."] + out$slopes[,"Est."]))
> mydat
     sex age      sat
1   Male  25 60.15991
2   Male  35 62.76776
3   Male  45 65.37562
4 Female  25 57.57799
5 Female  35 60.58567
6 Female  45 63.59335
```

```
> library(ggplot2)
> ggplot(mydat, aes(factor(age), sat, fill = sex)) +
+   geom_bar(stat="identity", position = "dodge") +
+   labs(x = "Age", y = "Customer Satisfaction", fill = "Sex")
```



ความแตกต่างระหว่างเพศจะน้อยลง (สีแดงกับฟ้าต่างกันน้อยลง) เมื่ออายุมากขึ้น

คาบต่อไป

- การย้ายศูนย์กลางโดยใช้ค่าเฉลี่ยกลุ่ม (Group-centering)
- การบ้านที่ 5

แบบฝึกหัด

L1: $$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + e_{ij} \qquad e_{ij} \sim N(0, 50)$$

L2: $$\beta_{0j} = 40 + 2(W_j - 2) + u_{0j}$$
$$\beta_{1j} = -1.5 + 0.1(W_j - 2) + u_{1j} \qquad \begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{1j} \end{bmatrix} \sim N\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 20 & \\ -3.8 & 3.8 \end{bmatrix}\right)$$

- Y_{ij} = คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนซ้อนในโรงเรียน
- X_{ij} = จำนวนวันที่หยุดเรียน
- W_j = ขนาดโรงเรียน (หน่วยร้อยคน)

แบบฝึกหัด

L1: $$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + e_{ij} \qquad e_{ij} \sim N(0, 25)$$

L2: $$\beta_{0j} = 70 - 0.1W_j + u_{0j}$$
$$\beta_{1j} = 1 + 0.01W_j + u_{1j}$$
$$\begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{1j} \end{bmatrix} \sim N\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 20 & \\ 0 & 0.05 \end{bmatrix}\right)$$

- Y_{ij} = คะแนนเจตคติต่อหน้าของคนแปลกหน้าที่ขึ้นอยู่บนจอ โดยมีหลายหน้าซ้อนในผู้เข้าร่วมการทดลอง
- X_{ij} = ความคมชัดของรูป
- W_j = อายุของผู้เข้าร่วมการทดลอง

แบบฝึกหัด

L1: $Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + e_{ij}$ $\quad e_{ij} \sim N(0, 25)$

L2: $\beta_{0j} = 40 + 0.005W_{1j} + 1.2W_{2j} + u_{0j}$

$\beta_{1j} = 1.1 + 0.0001W_{1j} + 0.01W_{2j} + u_{1j}$ $\quad \begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{1j} \end{bmatrix} \sim N\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 25 & \\ -0.2 & 0.25 \end{bmatrix}\right)$

- Y_{ij} = ผลการปฏิบัติงาน
- X_{ij} = ประสบการณ์ทำงาน (ปี)
- W_{1j} = ขนาดของบริษัท (คน)
- W_{2j} = ค่าเฉลี่ยของเงินที่เพิ่มขึ้น (หน่วยเท่ากับหมื่นบาท)

แบบฝึกหัด

L1: $Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + e_{ij}$ $\qquad e_{ij} \sim N(0, 36)$

L2:

$$\beta_{0j} = 45 - 0.5W_{1j} + 4W_{2j} + u_{0j}$$
$$\beta_{1j} = 19 - 0.2W_{1j} + 2W_{2j} + u_{1j}$$
$$\begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{1j} \end{bmatrix} \sim N\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & \\ 2.5 & 4 \end{bmatrix}\right)$$

- Y_{ij} = คะแนนอารมณ์ทางบวกในแต่ละวันซ้อนในผู้เข้าร่วมการทดลอง;
- X_{ij} = วันสุดสัปดาห์ (1 = ใช่; 0 = ไม่ใช่)
- W_{1j} = คะแนนความอ่อนไหวทางอารมณ์ (Neuroticism)
- W_{2j} = เพศ (1 = หญิง; 0 = ชาย)

แบบฝึกหัด

L1: $Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1ij} + \beta_{2j}X_{2ij} + e_{ij}$ $\qquad e_{ij} \sim N(0, 50)$

L2:
$$\beta_{0j} = 12 + 10W_j + u_{0j}$$
$$\beta_{1j} = 8 + 2W_j + u_{1j}$$
$$\beta_{2j} = 8 + 0.1W_j + u_{2j}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{1j} \\ u_{2j} \end{bmatrix} \sim N\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 20 & & \\ 7 & 4 & \\ 5 & 2 & 4 \end{bmatrix}\right)$$

- Y_{ij} = คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนซ้อนในโรงเรียน
- X_{1ij} = จำนวนชั่วโมงที่ใช้ในการเตรียมตัว
- X_{2ij} = คะแนนผลสัมฤทธิ์การเรียนของปีที่แล้ว
- W_j = มีบริการติวเตอร์ (1 = มี, 0 = ไม่มี)

แบบฝึกหัด

L1: $Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1ij} + \beta_{2j}X_{2ij} + e_{ij}$ $\qquad e_{ij} \sim N(0, 25)$

L2:
$$\beta_{0j} = 70 - 0.5W_{1j} + 4W_{2j} + u_{0j}$$
$$\beta_{1j} = 19 + 0.1W_{1j} + 2W_{2j} + u_{1j}$$
$$\beta_{2j} = -0.2 - 0.02W_{1j} - 0.2W_{2j} + u_{2j}$$

$$\begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{1j} \\ u_{2j} \end{bmatrix} \sim N\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & & \\ 2 & 4 & \\ 0.10 & 0.01 & 0.04 \end{bmatrix} \right)$$

- Y_{ij} = คะแนนอารมณ์ทางบวกในแต่ละวันซ้อนในผู้เข้าร่วมการทดลอง;
- X_{1ij} = วันสุดสัปดาห์ (1 = ใช่; 0 = ไม่ใช่)
- X_{2ij} = ความเครียดในแต่ละวัน
- W_{1j} = คะแนนความอ่อนไหวทางอารมณ์ (Neuroticism)
- W_{2j} = เพศ (1 = หญิง; 0 = ชาย)